Fünfte Veröffentlichung aus der Reihe der
Schriften des Neuen Deutschen Idealismus

Philosophie der Mathematik

von

Reinhold Oberlercher

DIE ZEIT DES INTERREGNUMS IST BALD VORÜBER
KYFFHÄUSER
FAKSIMILE-VERLAG

2012

Reinhold Oberlercher, geboren 1943 in Dresden, studierte 1965-70 Pädagogik, Philosophie und Soziologie in Hamburg, wo er als SDS-Theoretiker zu den führenden Aktivisten der 68er studentischen Wortergreifung zählte. 1969-75 Leitung einer Arbeitsgruppe zur Formalisierung des „Kapitals" von Karl Marx und Kampagne zur Kapital-Schulung. 1971-75 Herausgabe der Zeitschrift „Theorie und Klasse. Blätter für wissenschaftliche Kritik". Bis 1986 Ausführung des Systems der Sozialwissenschaften. Seitdem Arbeit an der politisch-programmatischen und didaktischen Popularisierung des Systems der Sozialwissenschaften und seiner Erweiterung zur Lehre vom Gemeinwesen. Wichtige Veröffentlichungen: Kapitalismus in Formeln, Hamburg 1972; Zur Didaktik der politischen Ökonomie, Hamburg 1973; Theorien über die Arbeitskraft in der neueren Geschichte des pädagogischen und philosophischen Denkens, Diss. phil., Hamburg 1975; Deduktion des Staates, in: Theorie und Klasse 8 (4/75); Dialektik in Formeln. Logik der bestimmten Negationen, in: Theorie und Klasse 9 (10/75); Die moderne Gesellschaft. Ein System der Sozialwissenschaften, Frankfurt/Main 1987; Lehre vom Gemeinwesen, Berlin 1994; Das Gesetz – Kritik des legalen Denkens, Mengerskirchen 2008; Systematische Miniaturen über Pädagogik – Recht – Staat – Globalisierung, Mengerskirchen 2008; Das Kapital von Karl Marx - formalisiert und vollendet, Mengerskirchen 2009; Hegels System in Formeln, Mengerskirchen 2010.

1. Auflage Mai 2012

Buchgestaltung und Satz: Gernot Kröslin
Druck: Book-On-Demand, Norderstedt

Fasanenweg 3, D-35794 Mengerskirchen
http://www.kyffhaeuser-verlag.de

ISBN: 978-3-941348-91-2

Inhalt

Philosophie der Mathematik

Vorbemerkung

§ 1

(1) Die *Philosophie* der Mathematik ist kein Philosophieren über Mathematik, sondern die begriffene Darstellung ihrer Grundzüge. Sie ist die Mathematik aus dem Begriffe ihres Gegenstandes.
(2) Der *Gegenstand* der Mathematik ist der Begriff der Zahl.
(3) Das *System* der Mathematik ist die Gesamtheit aller Formen der Bewegung des Begriffes der Zahl in ihrem Zusammenhang.
(4) Nur als *Mathematik aus dem Begriff* ist diese Disziplin eine *gebildete Wissenschaft*, die sich selbst[1] erklärt.
(5) Die eigene *Didaktik* wird auf diese Weise zur inhaltlichen Aufgabe der mathematischen Disziplin selber.
(6) Jede reife Wissenschaft hat in ihrem Entwicklungsgange die drei *Formationen* der Forschungsweise, der Darstellungsweise und der Lehrweise durchlaufen. In der Wissenschaftsformation der Forschungsweise sind Methoden und Resultate der Forschung initia-

1 Auch ein gebildeter Mensch ist einer, der sich selbst erklärt. Ungebildet ist ein Mensch, der erst zu analysieren ist und von anderen erklärt muß werden.

tiv, in der Formation der Darstellungsweise haben die Aufgaben der umgangs- und fachsprachlichen Darstellung des mathematischen Systems die Führung inne, und in der Formation einer Disziplin als *Lehrweise* sind Methoden und Resultate der Lehre das Leitmotiv ihrer Selbstdarstellung.
(7) Die *philosophische Mathematik*[2] bedient sich der mathematischen Formeln, wie sie als Fachsprache aus den Überlieferungen der Mathematik als Kunstlehre, die in der handwerklichen Rechenkunst wurzelt, ihren Ursprung haben, nur im Sinne einer fachlichen Umgangssprache zwecks hilfsweiser Erläuterungen. Ihr eigenes Darstellungsmittel[3] ist die *Begriffsschrift*, deren Wörter *Elementarbegriffe* und deren Buchstaben *Begriffselemente* bezeichnen.
(8) Die aus der Logik abzweigende Mathematik ist in Zahl, Gleichung und Unendlichkeit eingeteilt. Sie wird zunächst als Kategorie, als *Zahl an sich* (I) behandelt, sodann als wesentliche Reflexion mehrerer Zahlen aufeinander und daher als *Gleichung* (II) und *Funktion*

---

2 Dieser Versuch einer philosophischen Mathematik ist ein hegelianischer und ein Gegenentwurf zu der kantianisch ausgerichteten mathematischen Philosophie Gottlob Freges. Ich lasse die Grundkategorien der Mathematik aus der Hegelschen Logik abzweigen, also die Mathematik erst dort beginnen, da die Logik aufgehört hat. Kein logizistisches Programm wird verfolgt. Daher kann dieser Versuch einer philosophischen Mathematik auch auf ihre übliche Grundlegung in der Mengenlehre verzichten. – „Soll in Zukunft die Philosophie der Mathematik als solche … sich wieder vertiefen, so wird sie sich auf den großen Gegensatz Leibniz–Kant besinnen und die keineswegs ausgeglichenen Spannungen dieses Gegensatzes zur treibenden Kraft weiteren sachlichen Fortschreitens machen müssen." (Oskar Bekker, Mathematische Existenz. Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene (1927), Tübingen ^{2}1973, S. 307).

3 Andreas Speiser, Elemente der Philosophie und der Mathematik. Eine Anleitung zum inhaltlichen Denken, Basel 1952, schreibt in dieser seiner Formalisierung des Hegelschen Systems: „Die Formeln sind die Flügel der Phantasie, ohne sie kommt man nicht vom Fleck, sondern man dreht sich im Kreise einiger Maximen herum, die man unbewußt verwendet." (S. 7) Und er schließt daraus: „Gegen bloße Worte ohne Formeln führen alle echten Philosophen einen unerbittlichen Kampf." (S. 14)

(III) traktiert und schließlich in der Endlichkeit des Endlichen, somit als Begriff und wahre *Unendlichkeit* (IV), aufgefaßt.

§ 2

Die Darstellung der Grundlagen der Mathematik in den Modifikationen des Zahlbegriffes dient nicht dem Rechnen, sondern allein dem Begreifen. Diese Art der Mathematik schließt nicht nur die Geometrie aus, sondern auch jede Veranschaulichung von Zahlenarten in Zahlengeraden oder Zahlenebenen. Es ist verboten, die Infinitesimalrechnung geometrisch-praktisch zu interpretieren. Dieses Verbot soll ebenfalls das Anschauen und das Vorstellen unterdrücken und das Begreifen erleichtern. Aussagen über einen Gegenstand, die aus seinem Begriff hergeleitet werden, sind unmittelbar einsichtig und eines Beweises[4] nicht bedürftig.

4 Hegel kritisiert am mathematischen Beweis, daß in ihm „vors erste die Notwendigkeit der Konstruktion nicht eingesehen“ wird. „Sie geht nicht aus dem Begriffe des Theorems hervor, sondern wird geboten, und man hat dieser Vorschrift, gerade diese Linien, deren unendliche andere gezogen werden könnten, zu ziehen, blindlings zu gehorchen, ohne etwas weiter zu wissen, als den guten Glauben zu haben, daß dies zur Führung des Beweises zweckmäßig sein werde.“ Daher gilt: „ein äußerer Zweck regiert diese Bewegung“, die insgesamt ein äußerliches Tun und unwesentlicher Unterschied bleibe. (G.W.F. Hegel, Phänomenologie des Geistes (1807), ed. Hoffmeister, Leipzig [5]1949, S. 36 f.). – All jenes, das eines Beweises bedürftig, ist nicht so hergeleitet, daß es als gewiß gelten kann. Mathematik soll aber *Gewißkunde* sein. Ich schlage vor, diesen niederhochdeutschen Namen für Mathematik auch ins Oberhochdeutsche einzuführen.

I. Die Zahl

§ 3

Die Ableitung des Begriffes der Zahl beginnt damit, daß die Kategorie der Größe seinslogisch bestimmt wird. Die *Größe* ist die reine Quantität und als solche der *gleichgültige Unterschied*, der entsteht, wenn das Sein aus dem Dasein sich zurückzieht. Das führt dazu, daß sich das Dasein zum reinen Sein-für-eines zusammenzieht und *das Eins* gebiert. Das Eins repelliert *Viele Eins* von sich. Diese sind untereinander alle eins und ihr Unterschied ist folglich ein gleichgültiger. Das Eins ist keine Zahl und auch nicht das Erste, sondern die letzte Bestimmtheit oder Qualität des Seins, eben Sein-für-eines, Sein-für-sich, bloßes Fürsichsein. Die reine Quantität beginnt mit dem Setzen des gleichgültigen Unterschiedes in der Repulsion und Attraktion der Vielen Eins.

§ 4

Das Eins 1 stößt, weil es für sich bleibt, sich von sich ab und wird zu Vielen Eins 111..., die untereinander eins oder gleichgültig 1=1=1=... sind und also wieder zum Eins 1 zusammenfallen können, gleichwohl aber Unterschiedene 1,1,1,... bleiben, so daß die Größe eine *Einheit* | (der Unterschied zweier Seiten) von *kontinuierlicher* und *diskreter Größe* ist, also z.B. 1=1=1=1|1,1,1,1. Sind einige der Vielen Eins der *reinen Quantität* ...111111... durch eine Grenze, einen Anfang (und ein Ende), bestimmt, liegt eine *bestimmte Größe* vor, ein *Quantum*, etwa (1111).

§ 5

(1) Das Eins der bestimmten Größe ist nicht das Erste und zwei Einsen sind nicht das Zweite. Die sog. Ordinalzahlen sind bloß Ordnungen, die durch eine Reihe von Handlungen entstehen. Diese Handlungsreihe ist das Zuordnen der bekannten Folge von Ziffern, die später auch zur Bezeichnung der Zahlen benutzt werden, zu den Vielen Eins. Dabei entstehen zwei Ordnungen: die bekannte Ziffernfolge und die tatsächliche Numerierungsfolge der Vielen Eins als den logisch Fürsichseienden.

(2) Die eigentliche Mathematisierung von Grund auf ist nicht das Zählen (die Herstellung der Zahl), sondern die *Einsung*, das Bilden anzeigbarer Einheiten, deren Unterschied als ein gleichgültiger festgestellt wird. In der Mengenlehre werden die Elemente aufgeführt oder beschrieben, ohne vorauszusetzen, sie seien untereinander eins und je eine Eins. Vielmehr werden ihre Unterschiede vorgefunden und in der Benennung als Elemente als ein gleichgültiger Unterschied behauptet. Die Menge-Element-Beziehung ist der Vorgang einer Vergleichgültigung der Unterschiede, die durchaus qualitativ bestimmt sind, aber hierin gerade nicht betrachtet werden *sollen*. Es soll ein Eins, also ein Sein-für-eines oder Fürsichsein vorgeführt werden, aber es gelingt nur ein Fürsichsollen. Die Vergleichgültigung der Elemente wird durch die Mengenlehre vorstellungsweise praktiziert, weil auf die ontologische Deduktion *des* Eins zuvor verzichtet wurde. *Die* Eins kann daher in der antiidealistischen Mengenlehre nicht schon an sich aus dem Element, sondern erst aus der Beziehung mehrerer Elemente verschiedenster Mengen, also uneigentlich, gewonnen werden.

(3) Nur als Zahlentheorie ist die Mathematik[5] eine aus der Seinslogik abzweigende Einzelwissenschaft. Als Geometrie ist die Mathematik ein Ast am Stamme der Naturphilosophie, weil sie den Raum voraussetzt. Hierunter fällt auch die Arithmetik, insofern diese ihre Eins aus einer Abstraktion von dem Begriffe der Zeit gewinnt.

§ 6

Das Eins ist nicht die Eins. Das Eins ist keine Zahl, sondern eine Art des Seins, eine logische und damit philosophische Kategorie. Von ihr zweigt die Mathematik ab. Deren erste Bestimmung ist *die Eins*, die erste Zahl. Sie mit dem Einszeichen „1“ zu markieren ist umgangs- und fachsprachliches Zahlzeichen, aber nicht Zahlbegriffszeichen. Es enthält keine Analyse und also auch keine Synthese des Zahlbegriffs. In letzterer wäre die Eins eigentlich stets als 1|1 oder 1,1 zu notieren. Das wird aber erst nach der Herstellung der Zahlen und ihrer Fassung im Begriff verständlich zu zeigen sein.

§ 7

Die Herstellung der Zahl ist das Zählen. Zählen ist das Numerieren, das ein beliebiges Eins als das Erste, ein anderes als das Zweite oder das Dritte usw. bezeichnet: $1_{1.}1_{2.}1_{3.}$. Auf diese Weise können beliebige Quanta von Vielen Eins mit *Ordnungs-Zeichen* 1. 2. 3. ... versehen werden, die die *An-Zeichen* $_{1.2.3.}$ ... an den *Eins-Zeichen* 111... bilden. Das Zählen ist also zunächst bestimmt als das Anzeichnen von Ordnungszeichen an die Einszeichen. Das Zählen ist die Ursa-

5 „Und ich glaube auch, daß es dereinst gelingen wird, den gesamten Inhalt aller dieser mathematischen Disziplinen zu ‚arithmetisieren', d.h. einzig und allein auf den im engeren Sinne genommenen Zahlbegriff zu gründen, also die Modifikationen und Erweiterungen dieses Begriffs (namentlich die Hinzunahme der irrationalen sowie kontinuierlichen Größen) wieder abzustreifen, welche zumeist durch die Anwendungen auf Geometrie und Mechanik veranlaßt worden sind.“ (Leopold Kronecker, Über den Zahlbegriff (1887), in: Werke III, S. 253).

che der Zahl, die Zahl die Wirkung des Zählens. Zählen und Zahl müssen dieselbe Kategorienform besitzen.

§ 8

(1) Die sog. Ordnungszahl ist keine Zahl, sondern nur ein *Arbeitszeichen* im Zählvorgang, der nicht ohne die Eins-Zeichen als die *Gegenstandszeichen* oder zählbaren Gegenstände möglich ist.
(2) Die *Anzeichen*, die sich den Einszeichen zuordnen, *zählen* und werden zur Ursache der Zahl.
(3) Die *Zahl* bestimmt sich jetzt als *angezeichnetes Einszeichen* und somit als Wirkung des Zählens, ihrer Ursache.
(4) Das Zählen stellt jede Zahl her[6] und zählt alle seine hergestellten Zahlen. Folglich kann jede Zahl als *zählbares Einszeichen* und somit als Gegenstandszeichen des Zählvorganges verwendet werden. Zugleich kann auch jede Zahl als *zählendes Anzeichen* dienen.
(5) Das *Zählen von Zahlen* in den Rollen von zählbaren Einszeichen und von zählenden Anzeichen, in gegenständlicher und in arbeitender Zeichenfunktion, ist das *Rechnen*.
(6) Die *zählbare Zahl*, die als Gegenstand dient, macht das Einszeichen zur *Einheit* **e**, und die zählende Zahl, die die Arbeit verrichtet, verwandelt das Anzeichen in die *Anzahl* **a**.
(7) Der vereinte Unterschied von Einheit **e** und Anzahl[7] **a** ergibt die *begriffsschriftliche Zahl* $\mathbf{e}|\mathbf{a}$ oder $\mathbf{e},\mathbf{a}$ oder $\mathbf{e}_{\mathrm{a}}$.

---

6 „Ich sehe die ganze Arithmetik als eine notwendige oder wenigstens natürliche Folge des einfachen arithmetischen Aktes, des Zählens, an, und das Zählen selbst ist nichts anderes als die sukzessive Schöpfung der unendlichen Reihe der positiven ganzen Zahlen, in welche jedes Individuum durch das unmittelbar vorhergehende definiert wird … ." (Richard Dedekind, Stetigkeit und irrationale Zahlen (1872), § 1).

7 Die Anzahl ist keine Zahl, sondern nur etwas an (oder besser: in) der Zahl, das ihre Wertgröße *anzeigt*, bei vorausgesetzter Einheit oder Substanz der Zahl. Die Anzahl ist also das Sekundäre an der Einheit, das diese zur Zahl macht. Deswegen kann auch das Zahlmoment oder Zahlbegriffselement der Anzahl die Zahl vertre-

(8) Die Zahl ist sowohl logisch-philosophische als auch mathematische Kategorie. In ihr endet die Philosophie der Quantität und beginnt die mathematische Einzelwissenschaft.

§ 9

An sich selber ist die Kategorie der Zahl nicht auf dem Niveau der subjektiven Begriffslogik und verfügt nicht über die drei Momente des *Begriffsbegriffes*, die *Allgemeinheit* A, die *Besonderheit* B und die *Einzelnheit* E. Die Zahl an sich ist bloße Seins-Kategorie[8].

§ 10

Die Kategorie der Zahl kann begriffslogisch nachgerüstet werden, indem die Einheit **e** mit der Allgemeinheit A, die Anzahl **a** mit der

---

ten ganz ähnlich, wie in der Rechtswissenschaft der Eigentümer die Person oder das Eigentum das Recht anzeigt. Dies bleibt solange unbedenklich, als man nicht vergißt, daß das Eigentum kein Recht und die Anzahl keine Zahl ist, sondern nur jeweils eines der begriffskonstituierenden Elemente.

8 Georgi Schischkoff moniert zu Recht an der mengentheoretischen Grundlegung der Mathematik, daß sie nur Relationen behandelt. „Die Grundlagenbetrachtungen der Mathematik sind rein formalistisch und bestehen aus lauter Nominaldefinitionen, ohne irgendeine Wesenserklärung der Begriffe bringen zu können." (Gegenwärtige philosophische Probleme der Mathematik, Berlin 1944, S. 24). Insbesondere der Logistik hafte nichts Philosophisches an, weil sie sich nur auf Aussagen und nicht auf die Begriffe selbst beziehe (S. 49). – Hermann Weyl führt dazu aus: „Die reine Mathematik ist nach moderner Auffassung allgemeine hypothetisch-deduktive Relationenlehre, sie entwickelt die Theorie logischer Leerformen… . Die Axiome werden zu impliziten Definitionen der in sie eingehenden Grundbegriffe." (Hermann Weyl, Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft, München 1927, S. 23). Des weiteren schreibt er: „Die mengentheoretische Begründung ist die Stufe des naiven Realismus, der sich des Überganges vom Gegebenen zum Transzendenten nicht bewußt wird. Brouwer vertritt den Idealismus, indem er Zurückführung aller Wahrheit auf das anschaulich Gegebene fordert. Im axiomatischen Formalismus endlich unternimmt das Bewußtsein den Versuch, ‚über den eigenen Schatten zu springen', den Stoff des Gegebenen hinter sich zu lassen, das Transzendentale darzustellen; aber, wie sich von selbst versteht, nur im Symbol." (S. 53)

Besonderheit B und die Einzelnheit E mit einer Numerierung von **e**,**a** gleichgesetzt wird. Die fertigen Zahlen **e**,**a** werden durch die *identifizierenden An-Zeichen* $_{1.2.3.4.\,\ldots}$ numeriert, so daß $(\mathbf{e},\mathbf{a})_{1.2.3.4.\,\ldots}$ als Ordnung einzelner Zahlen gilt. Dies kann auch mittels gewöhnlicher Zahlzeichen r = 1, 2, 3, … erfolgen und als *Einzelzahlen* $(\mathbf{e},\mathbf{a})_r$ notiert werden. Um zu einem Ausdruck der *Zahl als Begriff* zu gelangen, muß $(\mathbf{e} = A \mid \mathbf{a} = B)_{r\,=\,E}$ gelten. Weitere Ausdrücke des Begriffs der Zahl wären auch $(A,B)_E(\mathbf{e},\mathbf{a})_r$ oder $(A(\mathbf{e}),B(\mathbf{a}))_{E(r)}$.

§ 11

Die Zeichen **e** und **a** machen die Seiten des bloßen Unterschieds kenntlich und sind so deren *Kennzeichen*. Also ist die Zahl der vereinte Unterschied seiner Kennzeichen **e** und **a**. Diese sind auch die Qualitäten der Zahl.

§ 12

Unter den entwickelten *Momenten* der Kategorie der Zahl sind **e** und **a** die *Qualitäten*, die numerierten (geordneten) Einzelnheiten r aber das quantitative Moment, ihre *Quanten*. In den ersten Zahlen (den sogenannt natürlichen) sind **e** = 1 und **a** das veränderliche Ein- oder Vielfache von **e**.

§ 13

(1) Die Zahlformel $\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}$-variabel, kurz $\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}\neq$, beschreibt die natürlichen Zahlen und ihre *Addition*.
(2) Die *Multiplikation* ist durch die modifizierte Formel, in der **e** konstant und **a** variabel ist, also in $\mathbf{e}= \mid \mathbf{a}\neq$, gegeben.
(3) Die *Potenzierung* der Zahlen ist möglich durch ihre Gleichheit von Einheit und Anzahl, also bei **e** = **a**.
(4) In der Addition sehen wir den abstrakten Unterschied von Einsheit und Vielheit in den Momenten der Zahl; die Anzahl **a** bleibt von der Eins-Einheit **e** abhängig, weil sie nur in **e**-Schritten variieren

darf. In der Multiplikation emanzipiert sich die Einheit **e** von der Einsheit 1, indem sie innerhalb einer Operation nur noch konstant sein muß, zwischen verschiedenen Operationen aber ihre Konstanz wechseln kann; die Anzahl **a** ist für sich frei geworden, weil sie variabel sein kann. In der Potenzierung endlich sind beide Momente und damit die Zahl als ihre Gemeinschaft frei, weil sie einander immer gleich und zusammen variabel geworden sind. – Auch die Entwicklungsgeschichte der Zahl ist ein Fortschritt im Bewußtsein ihrer Freiheit.

§ 14

Addition, Multiplikation und Potenzierung sind die verschiedenen Zählweisen von solchen Quanta, die bereits Zahlen sind. Deren Anzeichen sind nicht erst bloße Ordnungen an Einszeichen, sondern schon komplette Zahlen, die selber eine Einheit von Einheit und Anzahl bilden. Die Grundrechenarten sind entsprechend der Momente des Begriffs ihrer drei und ergeben sich aus den verschiedenen Weisen des *Zählens von Zahlen* gemäß § 13 Abs. (1) bis (3). Deren allgemeine Formel ist **e,a(e,a)**. Die *zählenden Zahlen* sind die aktiven Zahlen **e,a** und die *gezählten Zahlen* sind die aufgehobenen Zahlen (**e,a**). So entsteht die *Zählformel* **e,a(e,a)** als Einheit von *Zählarbeitszahl* und *Zählgegenstandszahl*, die, erweitert um die *Zählresultatszahl* →**e,a**, zur allgemeinen *Rechenformel* **e,a(e,a)→e,a** aller Zahlen[9] führt.

9 Unter den speziellen Zeichen der Implikation → oder der Definition := verstehen wir einen qualifizierten Unterschied der Seiten von |, also entweder ihre Kausalität oder ihre Verschiedenheit. Beide sind von etwas verschieden und also gerichtet oder auch gegengerichtet, also =: oder ←. Die beidseitige Gerichtetheit des Unterschieds ist die Entgegensetzung :=: oder die Äquivalenz ↔ seiner Seiten. Nachdem die qualifizierten Unterschiede eingeführt sind bleibt der senkrechte Strich | als unqualifiziertes Zeichen des vereinten Unterschieds oder der Seiteneinheit übrig.

§ 15

Die Zahl **e,a** ist als *Zahlenfolge* $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_a$ darstellbar. Dabei ist $\mathbf{e}_a$ die *Zahlengrenze* und die Gleichheit zwischen der Zahl und ihrer Grenze ist ihre *Anzahlgleichheit*: $\mathbf{a}(\mathbf{e},\mathbf{a}) = \mathbf{a}(\mathbf{e}_a)$. Die Darstellung der Zahl als Einheit ihrer Momente **e,a** ist qualitativ, die Folgendarstellung $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_a$ hingegen quantitativ, weil Aufzählung ihrer Quanten, der durch die Anzahlen *identifizierten Einheiten* als *gleichgültigen Unterschieden* in der Zahl. Wird die Anzahl in der Grenze der Zahl wieder als Ordnung[10] aufgefaßt, entsteht die *Ordinalzahl* (Grad) $\mathbf{e}_{\text{a-te}}$.

§ 16

Die Werte, die den qualitativen Momenten der Zahl zugeordnet werden können, sind umkehrbar. Die lautschriftliche Zahl Eins hat das Zeichen 1, die begriffsschriftliche Zahl Eins hat das Zeichen 1|1 oder

10 „It also seems evident that the last ordinal used in counting gives the cardinal number of the collection." Darüber hinaus gelte: „the concept of ordinal number seems the more basic". Und des weiteren ist klar, daß es dem Elementarbegriff der Zahl vorausliegende und ihn begründende Begriffselemente geben muß: „The concept of more or equal is prior to both cardinals and ordinals." (Hao Wang, From Mathematics to Philosophy, London 1974, S. 59 f.) – Die darin eingehende Unterstellung, daß der Zahlbegriff relationenlogisch zu begründen sei, ist zu verwerfen. Somit wird auch die mengentheoretische Vorstellung, die Zahl sei die Beziehung der Gleichmächtigkeit der Elemente zwischen mehreren Mengen, hinfällig, ebenso die Satzaxiomatik der Logistik. Vielmehr hat der Ausgang von dem Begriff der Zahl als Substanz und Subjekt alle möglichen Relationen zwischen den Zahlen aus dem einfachen Begriff der Zahl abzuleiten. In ein gegenteiliges Extrem verfiel Bertrand Russel, als er meinte, die Mathematik benötige allein die Ordnung als Grundbegriff und könne auf den Begriff der Quantität verzichten: „Früher glaubte man (…), daß Quantität der Fundamentalbegriff der Mathematik sei. Heutzutage ist aber die Quantität … ganz aus der Mathematik verbannt, während die Ordnung immer unumschränkter herrscht." (Bertrand Russel, Die Mathematik und die Metaphysiker, in: ders., Mystik und Logik. Philosophische Essays, Wien/Stuttgart 1952, S. 92).

1,1. So entsteht die Liste der natürlichen Zahl-Zeichen, für die gilt, daß **e** = 1 und **a** = **e**-fach (ein- oder mehrfach):

		e,a	=	**a,e**	$\mathbf{e}_{a}$	=	$\mathbf{a}_{e}$	
1	=	$^{e}1,^{a}1$	=	$^{a}1,^{e}1$	1_1	=	1_1	
2	=	1,2	=	2,1	1_2	=	2_1	
3	=	1,3	=	3,1	1_3	=	3_1	
4	=	1,4	=	4,1	1_4	=	4_1	usw.

§ 17

Die begriffsnotwendigen drei Rechenarten (Addition, Multiplikation, Potenzierung) gewinnen durch Umkehrung in die entgegengesetzte Operation eine Richtung, den Übergang in das Entgegengesetzte, in Subtraktion, Division und Wurzelziehen. So entstehen die *Gegenzahlen* –(**e**,**a**), die aber auch wie alle Zahlen und trotz Umkehr-Richtung außer Raum und Zeit sind. Die Gegenzahlen werden durch das Minuszeichen angezeigt und bestimmen die zu § 13 Abs. (1)-(3) entgegengesetzten Operationen
(1) der *Subtraktion* –(**e** = 1 | **a** = **e**≠),
(2) der *Division* –(**e**= | **a** ≠) und
(3) der *Radizierung* –(**e** = **a**).

§ 18

(1) Die Einheit jeder *additiven Zahl* mit ihrer jeweiligen *subtraktiven Gegenzahl* ist die *Einheitsnull* (**e** = 1 | **a** = **e**≠)|–(**e** = 1 | **a** = **e**≠). Es gibt so viele Nullen wie natürliche Zahlen oder negative ganze Zahlen. Jede Null ist durch ihre Herkunft identifiziert, z.B. 0(1 – 1), 0(2 – 2) usw. in gewöhnlicher Notierung.
(2) Die Einheit jeder *multiplikativen Zahl* mit ihrer jeweiligen *divisiven Gegenzahl* ist die *Einheitseins* (**e**= | **a**≠)|–(**e**= | **a**≠). Es gibt so viele Einsen wie ganze Zahlen. Jede Eins ist durch ihre Herstellung identifiziert, wie etwa 1(1 / 1), 1(–1 / –1), 1(2 / 2), 1(–2 / –2) usw. in der üblichen Notierung.

(3) Die Einheit jeder *potenziven Zahl* mit ihrer jeweiligen *radiziven Gegenzahl* ist die *Potenzwurzel* $(\mathbf{e} = \mathbf{a}) \mid -(\mathbf{e} = \mathbf{a})$. Die potenzive Zahl ist immer die Quadratzahl, weil nur in ihr Einheit und Anzahl gleich sind. Und die radizive Gegenzahl ist immer die Quadratwurzel der Quadratzahl. Potenzen mit Exponenten größer als zwei sind in Faktoren aus Quadratzahlen und solche mit dem Exponenten eins zu zerlegen. Die Zerlegung der Quadratzahl in multiplikative Zahlen oder Faktoren ist die *Depotenzierung*.

(4) Es gibt drei Arten von *Einheitszahlen* $\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})$, die immer aus der Zahl $+(\mathbf{e},\mathbf{a})$ und der Gegenzahl $-(\mathbf{e},\mathbf{a})$ bestehen und nicht mit den Zahleneinheiten **e** zu verwechseln sind. Die Einheitszahlen können auch als $+(\mathbf{e},\mathbf{a})|-(\mathbf{e},\mathbf{a})$ notiert und jeweils als Einheitsnull, Einheitseins und Potenzwurzel näher bestimmt werden. So gilt:

$$
\begin{aligned}
\pm(\mathbf{e},\mathbf{a}) &= (\textit{Einheitsnull}, \textit{Einheitseins}, \textit{Potenzwurzel}) \\
&= [(\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}\neq) \mid -(\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}\neq)], \\
& [(\mathbf{e}= \mid \mathbf{a}\neq) \mid -(\mathbf{e}= \mid \mathbf{a}\neq)], \\
& [(\mathbf{e} = \mathbf{a}) \mid -(\mathbf{e} = \mathbf{a})].
\end{aligned}
$$

(5) Einer Mathematik, die sich an ihrer naturwissenschaftlichen Anwendbarkeit ausrichtet, wird es immer naheliegend erscheinen, von vier Grundrechenarten zu sprechen, denn in der Natur ist die Vier fast eine magische Zahl. Eine am Begriff der Zahl orientierte Mathematik hingegen muß von drei Arten von Einheitszahlen und entsprechend drei Grundrechenarten ausgehen, in denen jeweils Zahl und Gegenzahl sowie Rechenart und Gegenrechenart vereint sind. Aber genaugenommen gibt es keine Rechen- und Gegenrechenart, sondern nur Zahl- und Gegenzahlbegriffe, die ineinander umschlagen und zu den Resultatszahlbegriffen 0,0 und 1,1 führen. Im üblichen Rechnen entsteht gewöhnlicher Weise ein Rest, so daß an die Stelle der fehlenden Gegenzahl eine *Entgegenzahl* hinzugedacht werden muß, um allein mit dem Prinzip der Zahl und ihres Opponenten zu einer Resultatszahl zu kommen.

§ 19

(1) Das Zählen und die Zahlen sind nicht bloß mathematische Objekte an sich, sondern konkrete Handlungen von Menschen und deren dingliche Resultate. Insofern muß die Philosophie die Mathematik auch erkenntnistheoretisch und also unter dem Gesichtspunkt der Logik der Arbeitsprozesse betrachten.
(2) Es seien K alle *Konkreten Arbeiten* und G alle daraus resultierenden *Güter* oder Gebrauchsgegenstände. Dann ist $K_{a(e)}$ die *Zählarbeit* als Produktion der Zahl und $K_{e,a}$ die *Rechenarbeit*, also das Zählen von Zahlen. Unter $G_{e,a}$ verstehen wir das *Zahlgut* (Zahl als Gut), unter $G_{e,a(e,a)}$ die *Rechenmaschine* und unter $\rightarrow G_{e,a}$ die *Zählresultatszahl* als Gut. Der Gesamtprozeß des üblichen *Rechnens mit Rechenmaschinen* (dem auch ein Zählen mit Zählmaschinen vorhergehen kann) stellt sich sodann dar als $K_{e,a} \rightarrow G_{e,a(e,a)} \rightarrow G_{e,a}$.

§ 20

Die *Null* ist keine natürliche Zahl, sondern die Resultatszahl aus der Vereinigung jeder additiven Zahl mit ihrer subtraktiven Gegenzahl. Jede Null ist somit eine identifizierte Null innerhalb der Einheitsnull und entspringt dem additiv-subtraktiven Zahlbegriff. Die *Eins* ist strenggenommen[11] auch keine natürliche Zahl, sondern nur

11 „Es würde in der Zahlenlehre zu den hemmendsten Umständlichkeiten ... führen, wollte man die eigentlichen Zahlen und die Eins und Null beständig auseinanderhalten und auf eine gemeinsame Bezeichnung beider (...) verzichten. Null und Eins sind mögliche und häufig vorkommende Resultate arithmetischer Aufgaben." (Edmund Husserl, Philosophie der Arithmetik (1891), in: Husserliana, Bd. XII, Den Haag 1970, S. 131). – Husserl läßt den Begriff der Zahl aus Einheit, Vielheit und Anzahl bestehen, wobei letztere die durch verschiedene Vielheitsformen modifizierten Vielheiten meint. Der Begriff der Zahl selber soll bei Husserl kein einfacher, sondern ein vielfacher sein: „Die Anzahlen oder Grundzahlen (numeralia cardinalia), die Ordnungszahlen (n. ordinalia), die Gattungszahlen (n. specialia), die Wiederholungszahlen (n. iterativa), die Vervielfältigungszahlen (n. multiplicativa) und die Bruchzahlen (n. partitiva)." Er verweist darauf, „daß die

das Prinzip der Zahlen. Jede Eins ist eine identifizierte Eins innerhalb der Einheitseins und resultiert aus dem multiplikativ-divisiven Zahlbegriff. Außerdem ist die Eins keine Primzahl. Folglich ist die *Zwei* die erste echte Zahl[12], denn sie ist prim und besteht aus mehr als einer Eins. *Primzahlen* sind überhaupt nicht teilbar, denn durch die Eins werden die additiven Zahleinheiten nicht geteilt, sondern gezählt. Und Primzahlen, durch sich selber dividiert, werden in ihren Anzahlen als Einheiten genommen und haben $\mathbf{e} = 1$ zum Resultat. Folglich kann $\mathbf{e}_a$ auch zu $\mathbf{a}_e$ umgedreht werden. Null und Eins sind die ersten Resultatszahlen. Sie entstehen aus Subtraktion und Division jeder positiven ganzen Zahl mit ihrer Gegenzahl. Deswegen sind die Null als Summand und die Eins als Faktor unwirksam („neutrale Elemente"). Ebenso darf die Null nicht als Divisor oder Nenner verwendet werden, weil die Null keine Zählprozeßzahl ist, sondern eine Zählresultatszahl.

§ 21

Die Mathematiker nennen die ganzen Zahlen einen *Ring*, weil sie darin nur ganze negative Zahlen als *subtraktive Gegenzahlen* der natürlichen Zahlen zulassen; Resultatszahl aus der Addition jeder Zahl mit ihrer Gegenzahl ist immer die Null. Die Zahlen heißen rational oder ein *Körper*, wenn nicht nur die (subtraktive) Gegenzahl zur

---

sämtlichen übrigen Zahlwörter nur durch geringe Modifikationen aus den Anzahlwörtern hervorgehen", also z.B. zwei, zweiter, zweierlei, zweifach, zweimal und zweitel (S. 3). So fixiert Husserl seine Arithmetik-Philosophie nicht am Begriff der Zahl, sondern an den Wörtern der Zahl und kommt zu der falschen Auffassung: „Der Begriff der Zahl ist ein vielfacher." (S. 3) Die „Anzahl" ist aber weder die „Grundzahl" noch der Zahlbegriff, sondern nur ein Element des Begriffes der Zahl.

12 „An der Zwei erleben wir das Wesen der Zahl stärker als an anderen Zahlen, nämlich das Viele zu Einem zu binden, Vielheit und Einheit zugleich zu sein." (Karl Menninger, Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl, Göttingen ²1958, S. 24). – Erst im Begriff der Zahl Zwei sind Einheit und Anzahl nicht gleich wie im Begriff der Zahl Eins, der als multiplikative wie als potenzive Zahl genommen werden kann und in beiden Fällen eine neutrale Zahl ist.

ganzen positiven Zahl zugelassen ist, sondern auch die multiplikative Zahl mit ihrer *divisiven Gegenzahl*. Die Resultatszahl aus der Multiplikation einer ganzen Zahl mit ihrer divisiven Gegenzahl ist die Eins.

§ 22

Die natürlichen Zahlen können in gewöhnlicher Weise als eine Folge der *Ordinärzahlen* 1 2 3 4 5 ... dargestellt werden. Hingegen als *Begriffszahlen*[13] notiert sind die natürlichen Zahlen eine unbegrenzte Matrix ihrer Begriffselemente **e** und **a** und also ist für **e**,**a** zu schreiben:

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5 usw.

Die erste Zeile mit **e** = 1 und **a** = **e**≠ ist die gewöhnliche *Anzahlenzählung* der natürlichen Zahlen, die erste Spalte mit **a** = 1 und **e** = **a**≠ eine (der Ordinärzahl nach wertgleiche) begrifflich zu unterscheidende *Einheitenzählung*. Für beide Zählarten gilt die *Eigenadditionsregel*, nach der das Begriffselement, das der Eins gleich ist, dem anderen Element, das jeweils zählt, hinzugefügt wird, ohne daß die Eins wie bei einer ordinären Zählung in dem nächstfolgend höheren Moment der Begriffszahl verschwände, sondern an seiner Stelle in gewissermaßen spukhafter Nahwirkung erhalten bleibt. In der Diagonale der Matrix der Begriffszahlen ist die Bedingung der zweiten

13 Die hier verwendete Begriffsschrift macht die Formeln der Mathematik zunächst umständlicher als jene, die wir von der üblichen Notation her kennen. – „Selbstverständlichkeit ist immer ein Feind der Korrektheit. Deshalb erfinden wir einen neuen, schwierigen Symbolismus, bei dem nichts selbstverständlich erscheint. Dann stellen wir gewisse Regeln für die Verwendung der Symbole auf, und das ganze wird mechanisch." (Bertrand Russel, Mystik und Logik. Philosophische Essays, Wien/Stuttgart 1952, S. 79).

Potenz, die Gleichheit der Einheit und der Anzahl **e** = **a**, erfüllt**.** Für alle Begriffszahlen in der Matrix gilt, daß die Multiplikation von Einheit und Anzahl den mit der Ordinärzahl zusammenfallenden *Wert* ergibt, der als Begriffszahl in Einheiten- wie in Anzahlenzählung dargestellt werden kann. Begriffszahlen ohne neutrales Element (außerhalb der ersten Zeile und der ersten Spalte) sind im Unterschied zu Ordinärzahlen in Faktoren zerlegt, die jeweils für sich bloße Ordinärzahlen sind, aber auch durch Kombination mit dem neutralen Element zu Begriffszahlen erweitert werden können, so daß z.B. 2,5 zu 2,1|1,5 oder 3,4 zu 3,1|1,4 wird.

§ 23

Jede Begriffszahl ist im gewöhnlichen Zahlverständnis bloß eine Zerlegung in Faktoren, die erst miteinander zu multiplizieren sind, um den ordinären Zahlwert zu bekommen. Der ist dann noch um das neutrale Element 1 zu erweitern und das Resultat erscheint als Begriffszahl.

1,1	1,**2**	1,**3**	1,**4**	1,**5**	1,**6**	1,7	1,**8**	1,**9**	1,**10**	1,**11**	1,**12**	1,**13**	1,**14** …
2,1	**2,2**	2,3	2,4	2,5	…								
3,1	3,2	**3,3**	3,4	3,5	…								
4,1	4,2	4,3	**4,4**	4,5	…								
5,1	5,2	5,3	5,4	**5,5**	…								
6,1	…												

Die Lösung findet sich also zweimal vor, in der ersten Reihe und der ersten Spalte der natürlichen Begriffszahlenmatrix.

§ 24

Alle Zahlen der Matrix können additiv genommen und mittels ihrer jeweiligen subtraktive Gegenzahl –(**e**,**a**) in $(0,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$ verwandelt werden:

$(0,0)_{\pm(1,1)}$	$(0,0)_{\pm(1,2)}$	$(0,0)_{\pm(1,3)}$	$(0,0)_{\pm(1,4)}$	$(0,0)_{\pm(1,5)}$	
$(0,0)_{\pm(2,1)}$	$(0,0)_{\pm(2,2)}$	$(0,0)_{\pm(2,3)}$	$(0,0)_{\pm(2,4)}$	$(0,0)_{\pm(2,5)}$	
$(0,0)_{\pm(3,1)}$	$(0,0)_{\pm(3,2)}$	$(0,0)_{\pm(3,3)}$	$(0,0)_{\pm(3,4)}$	$(0,0)_{\pm(3,5)}$	
$(0,0)_{\pm(4,1)}$	$(0,0)_{\pm(4,2)}$	$(0,0)_{\pm(4,3)}$	$(0,0)_{\pm(4,4)}$	$(0,0)_{\pm(4,5)}$	
$(0,0)_{\pm(5,1)}$	$(0,0)_{\pm(5,2)}$	$(0,0)_{\pm(5,3)}$	$(0,0)_{\pm(5,4)}$	$(0,0)_{\pm(5,5)}$	usw.

§ 25

Alle Zahlen der Matrix können multiplikativ genommen werden. Mittels ihrer jeweiligen divisiven Gegenzahlen $-(\mathbf{e},\mathbf{a})$ sind sie in $(1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$ verwandelbar:

$(1,1)_{\pm(1,1)}$	$(1,1)_{\pm(1,2)}$	$(1,1)_{\pm(1,3)}$	$(1,1)_{\pm(1,4)}$	$(1,1)_{\pm(1,5)}$	
$(1,1)_{\pm(2,1)}$	$(1,1)_{\pm(2,2)}$	$(1,1)_{\pm(2,3)}$	$(1,1)_{\pm(2,4)}$	$(1,1)_{\pm(2,5)}$	
$(1,1)_{\pm(3,1)}$	$(1,1)_{\pm(3,2)}$	$(1,1)_{\pm(3,3)}$	$(1,1)_{\pm(3,4)}$	$(1,1)_{\pm(3,5)}$	
$(1,1)_{\pm(4,1)}$	$(1,1)_{\pm(4,2)}$	$(1,1)_{\pm(4,3)}$	$(1,1)_{\pm(4,4)}$	$(1,1)_{\pm(4,5)}$	
$(1,1)_{\pm(5,1)}$	$(1,1)_{\pm(5,2)}$	$(1,1)_{\pm(5,3)}$	$(1,1)_{\pm(5,4)}$	$(1,1)_{\pm(5,5)}$	usw.

§ 26

Ein analoges Verfahren ist aber für die potenziven Zahlen nicht möglich, weil nur die Begriffszahlen in der Diagonale der Matrix die Bedingung **e** = **a** erfüllen:

1,1 …					
	2,2 …				
		3,3 …			
			4,4 …		
				5,5 …	
					6,6 …

§ 27

Die radiziven Gegenzahlen der Potenzzahlendiagonale können an sich (in Faktoren zerlegt) auf dem ganzen nichtdiagonalen Rest der

Matrix gefunden werden, als fertige Resultatszahlen aber nur auf den beiden Strängen der Anzahlen- und der Einheitenzählung:

1,**1** 1,**2** 1,**3** 1,**4** 1,**5** 1,**6** 1,7 1,**8** 1,**9** 1,**10** 1,**11** 1,**12** 1,**13** 1,**14** ...
2,1 ...
3,1 ...
4,1 ...
5,1 ...
6,1 ...

§ 28

(1) Die einzige Ausnahme bildet die neutrale potenzive Begriffszahl 1,1. Sie ist ihre eigene radizive Gegenzahl und auf allen drei Begriffszahlensträngen vorhanden:

1,**1**	1,**2**	1,**3**	1,**4**	1,**5**	1,**6**	1,7	1,**8**	1,**9**	1,**10**	1,**11**	1,**12**	1,**13**	1,**14** ...
2,1	**2**,**2**	...											
3,1		**3**,**3**	...										
4,1			**4**,**4**	...									
5,1				**5**,**5**	...								
6,1					**6**,**6**	...							

Man sieht auf den ersten Blick, daß eine potenzive Zahl mit dem Wert zwei in der Matrix nicht vorkommt und folglich auch keine radizive Gegenzahl mit dem Wert Wurzel aus zwei. Die Zahl mit dem Wert vier ist also die erste nichtneutrale potenzive Zahl, weil sie die radiziven Gegenzahlen 1,2 und 2,1 hat. Also ist die Wurzel aus zwei eine *irrationale* Zahl, die in der Willkür des empirischen Gebrauches der Zahlzeichen nützlich sein mag, aus ebendiesem Grunde aber in der Zahlenphilosophie nicht vorkommt. Ähnlich verhält es sich mit der *imaginären* Ordinärzahl *i*, in der die Wurzel aus minus eins als Einheit gewillkürt wurde und daher die restlichen Ziffern jedes

i-haltigen Terms als Anzahl dieser Einheit aufzufassen sind. Jeder Gebrauch der Zahlzeichen oder Ziffern, der aus der *Begriffszahlenmatrix* hinausführt, kann eine *außerzahlige Einheit* begründen. So entstehen Größen von Einheiten, denen vom Zahlbegriff nur noch das Moment der Anzahl geblieben ist.
(2) Die beiden spiegelbildlich zueinander stehenden Begriffszahlenfelder, die sich zwischen den drei Strängen befinden, sind der eigentliche Entfaltungsraum der Matrix:

	2,3	2,4	2,5	…
3,2		3,4	3,5	…
4,2	4,3		4,5	…
5,2	5,3	5,4		…

Für diese beiden Felder gelten die Bedingungen **e** ≠ **a** und **e** ≠ 1 und **a** ≠ 1.

§ 29

Ordinärzahlen mit Exponenten größer als zwei sind potenziv-multiplikative Zahlzusammensetzungen, aus denen zuerst die Begriffszahlen, die **e** = **a** erfüllen, herausgelöst werden müssen. Denn die höchste Zahlenart hat immer den Vorrang in der Betrachtung. Eine Ordinärzahl mit einem höheren Exponenten als zwei bedeutet keine zahlentheoretische Bedeutungssteigerung, sondern den Beginn der *Depotenzierung* zu gemischten Termen aus potenziv-quadratischen und multiplikativen Zahlen. Die Matrix der Begriffszahlen ist, anders als gewöhnliche Zahlenmatrizen, immer quadratisch und daher ideal.

§ 30

Die *Eigenoperation* in einer Begriffszahl drängt sich dadurch auf, daß die Begriffselemente durch Zahlzeichen in Gestalt arabischer Ziffern dargestellt werden. An jeder Ziffer, sei sie nun als Zeichen einer Einheit oder einer Anzahl verwendet, steckt **e** *und* **a**, aber als je neutrales Element, das den Elementwert und den Wert der Ausgangszahl nicht verändert. Die additive Zahl drei ist 1,3 und ident mit dem Dreimaleins. Die Umkehrung dieser Zahl ist das Einmaldrei 3,1. In beiden Begriffszahlenarten, der Anzahlenzählung wie der Einheitenzählung, sind die Werte aller Rechnungen innerhalb der Matrix darstellbar. Allerdings ist begriffszahlig die ordinärzahlige Kommutativität im vollen Sinne der Vertauschbarkeit von Multiplikand und Multiplikator nicht statthaft, sondern nur in der eingeschränkten Bedeutung der Wertgrößengleichheit der Produkte bei vertauschten und unvertauschten Faktoren. Wertgröße einer Begriffszahl ist aber immer ihre Anzahl bei vorausgesetzter Größe der messenden Einheit.

§ 31

Sollen in einer *Fremdoperation* zwei Begriffszahlen addiert werden, müssen diese je für sich durch Multiplikation ihrer Begriffselemente sowohl in die erste Reihe als auch in die erste Spalte projiziert werden so, daß es zwei Resultate ergibt, eines in der Anzahlenzählreihe und eines in der Einheitenzählspalte. Also z.B. führt die Addition der beiden Begriffszahlen 2,3 und 4,5 zu den Zwischenresultaten 1,6 und 1,20 und 6,1 und 20,1 und von da zu den Endergebnissen 1,26 und 26,1. Die beiden Endresultate der Addition zweier Begriffszahlen sind also wertgrößengleich und begriffsdifferent.

§ 32

Ist die Fremdoperation zwischen zwei Begriffszahlen eine Subtraktion, so muß erst die Differenz des Minuenden zur (positiven) Gegenzahl des Subtrahenden festgestellt werden. Es sollen z.B. sieben von fünf abgezogen, also +(1,5) und −(1,7) zu der Resultatszahl −(1,2) zusammengefaßt werden. Dann wird erstens die additive Gegenzahl des Subtrahenden gebildet, also bei fünf minus sieben die positive Sieben; zweitens wird die Betragsdifferenz gebildet, also Betrag zwei, und drittens wird die Gegenzahl zu plus zwei, die Minuszwei, als Resultatszahl anerkannt; viertens wird diese Resultatszahl als Einheit oder als Anzahl und somit als Element des Zahlbegriffes bestimmt. Der *arithmetische Umschlag* zweier begriffener Zahlindividuen in ein drittes ist keine Gleichung, sondern nur die Wertgrößenumformung aus zwei Einheiten in eine neue Einheit, deren Größe sich aber nicht ändern muß.

§ 33

Die durch die Einheiten der natürlichen Begriffs- und Begriffsgegenzahlen individuierten Resultatszahlen der Nullbegriffe und der Einsbegriffe stellen auf rein arithmetische Weise neue Zahlbegriffsarten[14] dar. Eine weitere Möglichkeit der Erweiterung ist der additiv-multiplikative Mischbegriff der Zahl, der die Form $(0{,}1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$, sowie sein multiplikativ-additiver Gegenbegriff der sekundären Art, der $(1{,}0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$ erfüllt. Die Form 0,1 läßt sich umwandeln in

$$1,-1\ ;\ 2,-2\ ;\ 3,-3\ ;\ \dots \mid 1,1/1\ ;\ 2,1/2\ ;\ 3,1/3\ ;\ \dots$$

der in

$$0_{1,-1}\ ;\ 0_{2,-2}\ ;\ 0_{3,-3}\ ;\ \dots \mid 1_{1,1/1};\ 1_{2,1/2}\ ;\ 1_{3,1/3}\ ;\ \dots$$

zu vereinfachen ist. Entsprechend wird die Zahlbegriffsform 1,0 in die Ausdrücke

$$1,1/1;\ 2,1/2\ ;\ 3,1/3\ ;\ \dots \mid 1,-1\ ;\ 2,-2\ ;\ 3,-3\ ;\ \dots$$

14 Ein geometrisierender Betrachter würde sie zwei weitere Dimensionen nennen, durch die die Folge der natürlichen Zahlen zum Zahlenraum zu erweitern sei, und ein Mengentheoretiker verwiese auf die Gleichmächtigkeit der drei Zahlmengen, die schlecht unendlich sind. – „Liegt nicht der Grund der Arithmetik tiefer als der alles Erfahrungswissens, tiefer selbst als der der Geometrie? Die arithmetischen Wahrheiten beherrschen das Gebiet des Zählbaren. Dies ist das umfassendste; denn nicht nur das Wirkliche, nicht nur das Anschauliche gehört ihm an, sondern alles Denkbare. Sollten also nicht die Gesetze der Zahlen mit denen des Denkens in der innigsten Verbindung stehen?“ (Gottlob Frege, Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, Breslau 1884, § 14).

und

$$1_{1,1/1}\ ;\ 1_{2,1/2}\ ;\ 1_{3,1/3}\ ;\ \ldots \mid 0_{1,-1};\ 0_{2,-2}\ ;\ 0_{3,-3}\ ;\ \ldots$$

umgewandelt. Beide Zahlbegriffsformen können zu der Einheit

$$0{,}1 \mid 1{,}0$$

zusammengefaßt werden. So ergibt sich als *komplexe Zahlbegriffsform*

$$0_{1,-1};\ 0_{2,-2};\ \ldots \mid 1_{1,1/1};\ 1_{2,1/2};\ \ldots \,\|\, 1_{1,1/1};\ 1_{2,1/2};\ldots \mid 0_{1,-1};\ 0_{2,-2};\ \ldots$$

und im Ausdruck vereinfacht als

$$0_{\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \ldots} \mid 1_{1/1,\ 2/2,\ 3/3,\ \ldots} \,\|\, 1_{1/1,\ 2/2,\ 3/3,\ \ldots} \mid 0_{\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \ldots}$$
$$(0{,}1 \mid 1{,}0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}.$$

§ 34

Natürliche Zahlen können nicht mit der Null beginnen, sondern nur mit der Eins, dem Prinzip oder Anfang der Zahlen. Mit Ausnahme ihres Prinzips haben alle natürlichen Zahlen einen um eins verminderten Vorgänger. Daher ist die *Anfangszahl* richtiger als das Eins[15] denn als die Eins zu nehmen. In letztere wird das Anfangs-Eins erst durch den Umschlag in ihre Gegenzahl minuseins und die Null als erste, durch eins minus eins identifizierte Resultatszahl verwandelt. Das Resultat, eine Folge des Umschlags in die Gegenzahl, verwandelt die Anfangszahl jetzt auch in eine *Folgezahl* und homogenisiert beide. Da aber auch alle natürlichen Zahlen größer als eins über den Umschlag in die ihr entgegengesetzte Zahl ein identifiziertes Null-Resultat haben, ruft die einfache Frage nach dem Vorgänger der ersten natürlichen Zahl ein gleichgroßes Schlecht-Unendliches an Nullen und ein ebensolches an Gegenzahlen hervor wie es die natürlichen Zahlen selber sind. Ist aber die Gegenzahl zu jeder natürlichen Zahl immer nur je eine, so die Resultatszahl null, die erworbene Vorgängerin der Eins in den natürlichen Zahlen, der Gesamtschatten aller natürlichen Zahlen und ihrer Gegenzahlen, die

15 Siehe oben § 6.

beide Flügel zu dem Propeller der *ganzen Zahlen*, der um die Null kreist, zusammenschließt. Und jede natürliche Zahl zusammen mit ihrer Gegenzahl hat ihre eigene, identifizierbare Null als Resultatszahl und als den Angelpunkt, um den herum sich ihre Umschläge ins Entgegengesetzte drehen. Die *Macht der Null* vereinigt in sich jene der natürlichen und der widernatürlichen (negativen ganzen) Zahlen und die gleichmächtige der Nullen selber, gehorcht also der Dreieinigkeit, den Momenten des Begriffs. Die gedoppelte Nullität als Platzhalterin der im Resultat verschwundenen Zahlbegriffselemente Einheit und Anzahl verdoppelt sich im dritten Begriffselement der Einzelnheit in den selber je doppelten natürlichen und widernatürlichen Begriffszahlen, die die jeweilige Null identifizieren. So ist die erste Resultatszahl nicht eigentlich die Null, sondern das Feld der Nullen. Das *Nullfeld* ist die Befreiung des Begriffszahlenfeldes wie ihres Gegenzahlfeldes von der Substantialität, die Dematerialisation von Einheiten und Anzahlen bei Bewahrung ihrer Funktionalität.

§ 35

Die Eins als zweite Resultatszahl stellt sich analog als das Feld der Einser-Begriffszahlen dar, das statt des Zeichens der Zahlen-Leerstelle das des Zahlen-Prinzips verwendet. Somit ist der Anfang oder das Prinzip aller Zahlen auch zu ihrem Ende oder Resultat geworden und damit zum homogenen zahlbegriffsförmigen Darstellungsmittel. Die Einsung[16], der Einserzeugungsprozeß vor dem Anfang aller Zahlen, ist erst jetzt, mit der vollendeten Verwandlung des Prinzips in das Resultat, wirklich abgeschlossen. Die Eins ist von ihrem Mangel, keinen Vorgänger zu haben, der ihr als natürlicher Zahl anhaftet, endgültig befreit und Resultatsdarstellungsmittel geworden. In der Einsung wurde das Eins und seine Vielen Eins erst in die Eins verwandelt und aus dem Verhältnis jeder natürlichen Zahl zu ihrer

16 Siehe oben § 5 Abs. 2.

divisiven Gegenzahl sind die Vielen Eins in dem homogenen zahlbegriffsförmigen *Einsfeld* wiederauferstanden. Für die *ganzen Zahlen* ist es entscheidend, daß alle Glieder einen Vorgänger und einen Nachfolger haben und die Null und die Eins zusätzlich dadurch ausgezeichnet sind, daß sie Felder von der gleichen Größe wie die Begriffszahlenmatrix sind.

§ 36

Die natürlichen Zahlen sind ohne Vorzeichen. Ihre Gegenzahlen sind sie selber, zusätzlich gezeichnet durch eine Negation oder das Minus. Schon bei den Ordinärzahlen kann man *Zahl*, *Gegenzahl* und *Entgegenzahl* unterscheiden[17], also etwa 1, -1 und $+1$. Die Mathematik beginnt[18] eigentlich erst mit den negativen ganzen oder *widernatürlichen Zahlen*, die mit der Gegenzahl von eins, der Minuseins, anfangen. Die Gleichgültigkeit von Gegenzahl -1 und Gegenzahl der Gegenzahl, also der Entgegenzahl $+1$, ist die *Betragszahl* $|1|$. Diese Betragszahl ist eine renaturierte Eins, die sich zwischen zwei Unterschiede $\pm$ stellt, zwischen $1 \mid -1$ und $+1 \mid 1$ so, daß unter Wegfall der natürlichen Randzahlen und ihrer Unterschiede zur Gegen- und Entgegenzahl die Betragszahl $|1|$ zwei untergegangene Unterschiede bindet. Alle gewöhnlichen Zahlen z werden durch die Vorzeichen minus und plus, durch $-z$ und $+z$, *denaturiert* und durch die Betrags-

17 Oben in den §§ 24, 25 und 33 wurde der Ausdruck $\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})$ als Index für Resultatszahlen verwandt, darin das Plus für den einfachen Zahlbegriff und das Minus für den Gegenzahlbegriff stehen soll. Hier aber hat die natürliche Zahl kein Vorzeichen, die Gegenzahl ein negatives und die Entgegenzahl ein positives Vorzeichen.
18 „In jeder Art von Mathematik wird auf einer bestimmten Stufe offensichtlich, daß wir einige Zeit eine Regel befolgt haben, ohne uns dessen bewußt zu sein. Das könnte beschrieben werden als Verwendung einer *versteckten* Vereinbarung. Ein beachtenswerter Aspekt der Entwicklung der Mathematik besteht in der Entwicklung des Bewußtseins über das, was wir tun, wodurch das Versteckte offensichtlich wird. In dieser Hinsicht ist Mathematik psychedelisch.“ (G. Spencer-Brown, Gesetze der Form, Lübeck 1997, S. 74).

zahl |z| *renaturiert*. Aber natürliche Zahlen sind die renaturierten Zahlen |z| ihrer aufgehobenen Vorzeichen wegen dann nicht mehr.

§ 37

Jede neue und höhere Zahlbegriffsform eröffnet eine erweiterte Möglichkeit für die Bewegungen der Zahlen. Dabei ist die Mathematik aus dem Begriff der Zahl eine operationslose Mathematik, denn alle Änderungen im Zahlbegriff können auf die Selbstentgegensetzung in der natürlichen Zahl zurückgeführt werden. Alle natürlichen Zahlen sind von Gott geschaffen, alle widernatürlichen Zahlen und ihre Abkömmlinge sind die Kinder des Teufels, also der Dialektik des beständigen Umschlagens in das jeweils Entgegengesetzte. Widernatürlich müßten eigentlich alle Zahlen heißen, die nicht natürliche Zahlen sind. Jene Zahlen, die nach den ganzen negativen auftreten, sind *qualifiziert widernatürlich*. So zuerst die Stammbrüche ein Eintel, ein Zweitel, ein Drittel usw., bei denen es sich um die divisiven Gegenzahlen der natürlichen Zahlen handelt. Aber so wenig wie die Differenz null minus null gleich null einen mathematischen Sinn ergäbe, weil die Null weder natürliche Zahl noch widernatürliche Gegenzahl ist, sondern bloße Resultatszahl derselben, so ist auch die divisive Gegenzahlbildung zur Eins, das Eintel, sinnlos. Denn inzwischen hat sich ja herausgestellt, daß die Eins als der Anfang und das Prinzip der natürlichen Ordinärzahlen eine Resultatszahl ist. Auch ist die Redeweise von „ein Zweitel" nicht üblich, man sagt „ein Halbes". Also ist die Zwei der Anfang von Multiplikation wie Division und sowieso wird erst mit dem Drittel und dem Viertel die Rede von den divisiven Gegenzahlen landläufig.

§ 38

Die Frage nach den ersten Primzahlen berührt die *Mystik* der natürlichen Zahlen, die am Beginn unüberwindbar stark ist und bleiben wird, durch kein Programm der Demystifizierung überwindbar, sondern nur ignorierbar. Die Eins, das Eins und erst recht das Eine oder der Eine sind philosophische Begriffe der Tradition, eine spezielle Mystik der natürlichen Zahlen braucht hier noch garnicht bemüht zu werden. Die beginnt auch nicht mit der Frage nach den Zahlen, die prim oder unteilbar sind, sondern mit den (wieder trennbaren) Paarbildungen, also mit der Zwei wie mit den Teilern. Die Null ist mächtig, aber nicht mystisch, denn ihr steht nichts entgegen, also gibt es keine Minusnull. Die Null ist erste Resultatszahl und deswegen darf auch nicht durch die Null dividiert werden. Die Eins ist nicht wie die Null die erste, sondern die zweite Resultatszahl. Sie kann eine natürliche Zahl nicht teilen, sondern nur zählen. Daher ist keine Primzahl durch die Eins teilbar, aber durch ihre divisive Gegenzahl, den Kehrwert, in die Eins, die Grund-Einheit, verwandelbar. So entsteht aus 1 die 1/1, aus 2 die 1/2, aus 3 die 1/3 usw. Diese als Zahl und Gegenzahl multipliziert ergeben alle die gewöhnliche Resultatszahl 1, notiert als Begriffszahl die 1,1. In der gewöhnlichen Notierung des Quotienten ist auch seine begriffliche gegeben: der Nenner ist die Einheit, der Zähler die Anzahl der Bruchzahl, die im Falle **a** = 1 die Gegenzahl der im Nenner auftauchenden Zahl ist. Schon im Produkt ist der Multiplikand die Einheit, der Multiplikator die Anzahl seiner Additionen oder seiner selbst als Summand.

§ 39

Die Zwei ist das Prinzip oder der Anfang der *geraden* Zahlen. Die Eins ist das Prinzip *aller* Zahlen, der geraden wie der ungeraden. Als natürliche Zahl ist die Eins nicht nur vorzeichenlos, sondern auch vorgängerlos und daher nicht wirklich integriert, nicht artgleich zu den natürlichen Zahlen von der Zwei an aufwärts. Daher die herrschende Meinung der Mathematiker[19], daß die Eins nicht *prim* sei,

19 Fast alle Menschen sind Mathematiker. Sie teilen die Meinung, daß es auf das Rechnen mit Zahlen ankäme, auf jenes, das „hinten herauskommt“. Ihr Element ist die Ordinärzahl. Für Philosophen hingegen geht es um das Begreifen der Zahl

die Zwei aber sehr wohl. Hat man das zugestanden, schiebt sich die Zwei in die nachfolgerlose Sonderstellung der *geraden Primzahl*, während alle anderen zu *ungeraden Primzahlen* herabgestuft werden. Dem zahlenmystischen Gefühl jedoch widerstrebt eine Zwei als Primzahl. Vielmehr wird die Zwei und alle Geradzahlen als Inbegriff der *Paarzahlen* und damit der Trenn- und Teilbarkeit schlechthin empfunden. Also scheint es sehr gewollt, die Zwei als Primzahl zu betrachten. Aber die Zwei ist die unmittelbare Voraussetzung der Drei und mittelbarer Vorläufer der *Zahlenpaare*.

§ 40

Die Drei ist die *Schöpferzahl*. Die Drei vereinigt in sich die Eins und die Zwei. Sie ist die Wiederherstellung des Ungeraden als des Prinzips des Geschöpften und die erste Aufhebung der Geradheit, also des Paares. Die Vier ist die Zahl der Natur. Sie ist die Paarung zweier Paarzahlen. Der erste Sproß dieses Paares zweier Paare führt zur ungeraden Fünf, der ersten Zahl mit wohlbestimmter Mitte, einer Zentralzahl. Und der zweite Zahlsproß führt zur Sechs, der ersten *vollkommenen Zahl*, die so genannt wird, weil sie der Summe ihrer Teiler eins, zwei und drei gleich ist. Die nächste vollkommene Zahl ist erst die $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Die Sechs ist die Paarung zweier Schöpferzahlen (zweimal drei) und die Schöpfung dreier Paarzahlen (dreimal zwei). Die Sechs ist die Einheit von Dualität und Trinität. Die Sieben hingegen umfaßt die Naturzahl und die Schöpferzahl. In der Acht paaren sich zwei Naturzahlen oder sie ist die Paarzahl aus zwei Paarzahlenpaarungen. Als Vervierfachung der Zwei ist die Acht auch die Naturierung der Paarzahl. Die Neun endlich ist die Schöpferzahl aus Schöpferzahlen, die Dreieinigkeit aus Dreieinigkeiten. Und die Zehn bildet schließlich die Paarzahl aus den Zen-

---

und aller Bewegungsformen des Zahlbegriffs. Ihr Medium sind die Begriffszahlen. Selbstverständlich muß man in beiden Fächern die Kleriker von den Laien unterscheiden.

tralzahlen und umgekehrt auch das Zentralpaar in der Mitte von vier Paarzahlen. Die Zehn als doppelte Mitte liefert die Symmetrie der natürlichen Zahlen und stellt außerdem auch noch eine einfache Paarzahl einem Naturzahlenpaar gegenüber.

§ 41

Die drei ersten natürlichen Zahlen sind Zahlenschöpfungsprinzipien. Würde man auch die Eins als Primzahl anerkennen, so bliebe das auf die Zerlegung der teilbaren Zahlen in Primfaktoren ohne Folgen wegen der multiplikativen Neutralität der Eins. Schlösse man hingegen die Zwei und die Drei definitorisch (wie die Eins) aus den Primzahlen aus, dann wäre die Zerlegbarkeit der teilbaren Zahlen in Primfaktoren nur noch fragmentarisch gegeben.

§ 42

Ordinärzahlen behandeln die vorzeichenlosen natürlichen Zahlen wie solche mit positivem Vorzeichen. Begriffszahlen hingegen kennen auch das gewöhnliche Rechenzeichen nur als die Markierung einer höheren Art von Gegen- oder Entgegenzahl. Ordinärzahlen unterscheiden Vor- und Rechenzeichen, Begriffszahlen nicht. Deswegen ist $-(-z)$ als gewöhnliche Gegenzahl einer Gegenzahl die Entgegenzahl $+z$ und zusammen mit $-z$ zur Betragszahl $|z|$ renaturierbar. Daß es überhaupt zu Rechenaufgaben mit Zahlen verschiedener Vorzeichen kommt hat keine philosophischen Gründe, sondern wird von der Arithmetik der gewöhnlichen Zahlen, die sich selber nicht begreifen, verursacht. Insbesondere kommt die ganze Rechnerei aus dem praktischen Gebrauch der Zahl als bloßer Anzahlen von empirisch oder konventionell gegebenen Einheiten, die Normen oder auch Naturkonstanten sind, aber nicht auf das Eins und die Vielen Eins des Fürsichseins zurückgeführt werden. Die gängigen Vorzeichen- und Rechenregeln mit ganzen Zahlen laufen im Falle der Addition und Subtraktion auf den Wegfall überflüssiger Zeichen hinaus, weil zwischen natürlichen und positiven ganzen Zahlen nicht unterschieden wird, also etwa wird $(+5) + (-3) = 5 - 3 = 2$ oder $(+5) - (-3) = 5 + 3 = 8$ gesetzt. Begrifflich geschieht aber folgendes: Die gewöhnliche Zahl $-(-3)$ wird als Gegenzahl der Gegenzahl zur Entgegenzahl $+3$, aber aus der $+(-3)$ wird eine bloße -3 wegen der Nichtbeachtung des begrifflichen Unterschieds von natürlicher und positiver ganzer Zahl im gewöhnlichen Verständnis. Beachtet man diesen begrifflichen Unterschied, dann ist das Vorzeichen + der Entgegenzahl seiner Herkunft aus den natürlichen Zahlen und ihren Gegenzahlen wegen als Einheit zweier Vorzeichenstellen, als durchgestrichenes Minuszeichen, zu betrachten und vollständig in die Vorzeichenfolge $(\ )(-)(+)$ zu zerlegen. Der Ausdruck $+(-3)$ ist in Wahrheit $(\ )(-3)$ und gewöhnlicherweise also -3. In der vollständigen Vorzeichenfolge bleibt die erste Stelle leer (für natürliche Zahlen) und die zweite wird mit dem Gegenzahlsymbol gefüllt. Also gilt $(\ ) \to (-) \to (+)$ als Vorzeichenregel[20] für die Entgegenzahl und $(\ ) \to (-) \to (+) \to |\ |$ für das Vor- und Nachzeichen der renaturierten Betragszahl $|z|$.

§ 43

Bei der Rechenregel, nach der zwei Brüche dividiert werden, indem der Dividend mit dem Kehrbruch des Divisors multipliziert wird, findet begriffszahlig folgendes statt: Rationale Zahlen machen auch als gewöhnliche den Unterschied von Einheit und Anzahl sichtbar, aber dabei ist immer der Stammbruch (z.B. das Zweitel, das Drittel usw.) das Begriffselement der Einheit, der Zähler an sich aber das Element der Anzahl. Dieses ist selber in einen formellen Bruch mit

20 Die in § 18 Abs. (4) verwendete Notierung für den Begriff der *Einheitszahlen* $\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})$ ist jetzt insofern obsolet, als $\pm$ aus der gewöhnlichen mathematischen Schreibweise, die die natürlichen Zahlen als positive behandelt, übernommen wurde. Entsprechendes gilt für die Verwendungen des Doppelvorzeichens $\pm$ in den §§ 24, 25 und 33.

dem Nenner eins verwandelbar, der nicht teilt, sondern nur zählt, aber dadurch tritt doch das Rationale an den Zahlen hervor, indem nicht nur in Nenner und Zähler die Momente des Begriffs in der gewöhnlichen Zahl in die Erscheinung treten, sondern sich in zwei Brüche ihrerseits verdoppeln. So ist etwa der ordinäre Bruch 3/8 als Begriffszahl mit **e** = 1/8 und **a** = 3/1 zu schreiben als

$$\frac{1}{8},\frac{3}{1}$$

oder auch als 1/8 | 3/1. Für die Aufgabe, zwei Brüche zu dividieren, z.B. den Dividenden-Bruch 3/4 und den Divisor-Bruch 2/3, ergibt sich nach der bekannten Rechenregel

$$3/4 : 2/3 = 3/4 \cdot 3/2 = 9/8,$$

deren Begriffszahl 1/8 | 9/1 ist. Also gilt, daß zu einer natürlichen Zahl n ihr *Stammbruch* $1/n$ die *divisive Gegenzahl* darstellt und ihr *Kehrbruch* $n/1$ deren *multiplikative Entgegenzahl* als Analogie zu den Positivzahlen. Zahl und Entgegenzahl unterscheiden sich wieder nur in den Begriffselementen und nicht in den Wertgrößen. Einmal mehr zeigt sich, daß es weder der Rechenzeichen bedarf, um die Rechenarten zu bestimmen, noch der Vorzeichen, um Zahlenarten zu markieren, sondern für ersteres nur die Modifikation der Begriffselemente und für letzteres allein das Prinzip der verschiedenen Gegenzahligkeiten vonnöten ist.

§ 44

In der *Matrix der positiv-rationalen Begriffszahlen* ist die Einheit **e** immer der Nenner und die Anzahl **a** immer der Zähler, folglich ist der *positiv-rationale Zahlbegriff* als **a**/**e** bestimmt:

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{1} & \frac{2}{1} & \frac{3}{1} & \frac{4}{1} & \frac{5}{1} & \frac{6}{1} & \dots \\[1em] \frac{1}{2} & \frac{2}{2} & \frac{3}{2} & \frac{4}{2} & \frac{5}{2} & \frac{6}{2} & \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{3}{3} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{6}{3} & \ldots \\
\frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{3}{4} & \frac{4}{4} & \frac{5}{4} & \frac{6}{4} & \ldots \\
\frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & \frac{5}{5} & \frac{6}{5} & \ldots
\end{array}$$

Die erste Zeile der Matrix verhält sich wie die Folge der natürlichen Zahlen. Alle Zeilen steigern sich ins schlecht-unendlich Große, alle Spalten ins schlecht-unendlich Kleine, das sich unbegrenzt der unerreichbaren Null annähert. Die Diagonale resultiert in der Eins. Durch Zulassung der Kombination von divisiver und subtraktiver Gegenzahl entstehen die *rationalen Zahlbegriffe* –(**a**/**e**), –**a**/**e**, **a**/–**e** und –(–**a**/–**e**).

§ 45

Man kann eine vorhandene Begriffszahl **e,a** in eine positiv-rationale Bruchzahl **a**/**e** verwandeln oder in eine Begriffszahl 1/**a** // 1/**e** umformen, deren Elemente die Stammbrüche von Einheit und Anzahl sind. Etwas ganz anderes als die Gleichsetzung von Nenner mit Einheit und Zähler mit Anzahl im Bruch ist es, den Bruch als ganzen als Element der Begriffszahl zu nehmen. Die entsprechende Matrix der rationalen Begriffszahlen, deren Diagonale besonders identifizierte Einsen als Resultatszahlen ergibt, folgt dem Zahlbegriff 1/**e** | 1/**a**:

1/1 | 1/1 1/1 | 1/2 1/1 | 1/3 1/1 | 1/4 …
1/2 | 1/1 1/2 | 1/2 1/2 | 1/3 1/2 | 1/4 …
1/3 | 1/1 1/3 | 1/2 1/3 | 1/3 1/3 | 1/4 …
1/4 | 1/1 1/4 | 1/2 1/4 | 1/3 1/4 | 1/4 …
…

Hier ist jedes Begriffselement als Stammbruch seiner selbst und damit als Nenner und also Einheit aufgefaßt. Jede Anzahl kann zur

Einheit gemacht werden. Die Eins erscheint jetzt sichtbar als jenes, das sie von vornherein schon war, nämlich neutrales Seinsprinzip aller Zahlen und ihrer begrifflichen Momente. Dies wird noch deutlicher, wenn zu 1/**a** // 1/**e** der Stammbruch beider Begriffselemente in die Kehrbrüche **a**/1 // **e**/1 verwandelt wird. Der Kehrbruch des Hauptbruches **e**/1 // **a**/1 ist dann der divisive Gesamtkehrbruch in allen seinen Momenten, also die *divisive Entgegenzahl* und somit das rationale Analogon zu den ganzen Positivzahlen.

§ 46

Gewöhnliche Brüche sind als Stammbrüche ganzer Zahlen immer Gegenzahlen, als Ausdrücke **a**/**e** mit **a** < **e** sind sie *echte Brüche*, mit **a** > **e** sind sie *unechte Brüche* und mit **a** = **e** sind sie die Resultatszahl eins. Ausdrücke, aus **e**,**a** und **a**/**e** additiv zusammengesetzt (z.B. 2½), heißen *gemischte Zahlen*. Systematisch gemischte Zahlen sind die *Dezimalzahlen*, bei denen die ganzen Teile der Zahl vor und ihre geschachtelten Zehnerbruchteile hinter dem Komma stehen. Im Zehnersystem ist die Wertgröße aller Ordinärzahlen doppelt ausgedrückt, in Ziffernwerten und Stellenwerten. Die Ziffernwerte gehen von null bis neun und die Stellenwerte links vom Komma von eins in Zehnerschritten ins schlecht-unendlich Große und rechts vom Komma von einzehntel in Zehntelungsschritten ins schlecht-unendlich Kleine. Letzteres ist der *Dezimalbruch* in der Dezimalzahl. Auch zahlbegrifflich sind die Momente der Dezimalzahlen verdoppelt: erstens als Einheiten und Anzahlen, in denen der ganzzahlige Teil ausgedrückt werden kann, und zweitens als die geschachtelten Zehner-Nenner als Einheiten, deren Zähler als Einheiten der dezimalen Bruchzahlen. Verdoppelung aller ihrer Momente ist also das Prinzip der Dezimalzahlen und zudem sind jeder ganzen Zahl beliebig viele Nullen als leere Dezimalbruchstellen anfügbar. Die besondere Stellung der Zehn mit ihren gegengerichteten Zehner- und Zehntelschritten in den dezimalen (systematisch gemischten) Zahlen zeigt sich auch in ihren Primfaktoren zwei und fünf als Paarzahl des Zahlenpaares der Zentralzahl, die die Zehn zur vorzüglichen Systemzahl bestimmen, und die beiden Primfaktoren der Ordinärzahl zehn sind die *Primelemente* der Begriffszahlen 2,5 und 5,2. Prime Begriffselemente, also zwei Primfaktoren als Begriffszahl, haben auch die Vier, die Sechs, die Neun, die Fünfzehn, die Einundzwanzig, die Zweiundzwanzig und die Fünfundzwanzig.

§ 47

Der nichtperiodisch-unendliche Dezimalbruch zeigt, daß das unendlich Kleine und damit das Kontinuum aus stets wiederholter Unterscheidung, somit aus Diskretion, hervorgeht. Die Stetigkeit entsteht unstet. Diese nichtperiodisch-unendlichen Dezimalbrüche heißen zu Recht *irrationale Zahlen*, die aber ebensosehr *reelle Zahlen* sind wie die *rationalen Zahlen*, die die gebrochenen Zahlen und die periodischen Dezimalbrüche einschließen. Die *irrationalen Resultatszahlen* sind ...0,000... und ...1,111... (vgl. § 33).

§ 48

Die *Kraftzahl* (Potenz) ist eine gewöhnliche, mit sich selbst zu multiplizierende Zahl, die aus einer beliebigen *Grundzahl* (Basis) und der *Hochzahl* (Exponent) zwei besteht. Die Hochzahl zwei bezeichnet das doppelte Vorkommen der Grundzahl als Faktor zur Erzeugung der Wertgröße der Kraftzahl oder des Potenzwertes, der dann in Anzahl- oder Einheitenzählung, also der ersten Reihe oder der ersten Spalte

1,1	1,**2**	1,**3**	1,**4**	1,**5**	1,**6**	1,7	1,**8**	1,**9**	...
2,1	**2,2**	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	...
3,1	3,2	**3,3**	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	...
4,1	4,2	4,3	**4,4**	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	...
5,1	5,2	5,3	5,4	**5,5**	5,6	5,7	5,8	5,9	...

6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	**6,6**	6,7	6,8	6,9	…
7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	**7,7**	7,8	7,9	…
8,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	**8,8**	8,9	…
9,1	9,2	9,3	9,4	9,5	9,6	9,7	9,8	**9,9**	…

der Begriffszahlenmatrix, notiert werden kann. Die gewöhnliche Zahl z wird als *Kraftzahl* z^2 und als *Gegenkraft-* oder *Wurzelzahl* $\sqrt{z^2}$ geschrieben. Der *Kraftzahlbegriff* erfüllt die Bedingung $\mathbf{e} = \mathbf{a}$ und der *Gegenkraftzahlbegriff* ist als $-(\mathbf{e} = \mathbf{a})$ notiert, als zweite Wurzel aus z^2, bei der Einheit und Anzahl gleich sind. Die Gleichheit von Einheit und Anzahl ist allein in der Diagonale der Begriffszahlenmatrix gegeben. Hier erübrigt sich auch die Hochzahl.

§ 49

Maschinen haben in der Mathematik das Rechnen übernommen, nicht aber das Begreifen. Aus diesen *reellen* (geometrischen und physikalischen) Gründen sind Vorstellungen wie die lückenlos mit Zahlwerten zu belegenden Linien, Flächen, Kanten und Körper entstanden, die zu *irrationalen Zahlen* wie Wurzel aus zwei oder Wurzel aus drei geführt haben, die *begriffswidrig* sind, aber technisch möglich. Ein technisches Überschreiten des begrifflich Notwendigen sind auch die Superpotenzen, also die *Überkraftzahlen* mit Hochzahlen größer als zwei, weil bei ihnen $\mathbf{e} = \mathbf{a}$ nicht mehr erfüllt ist. Nun kann aber eine gerade Hochzahl größer als zwei wie z.B.
$6^4 = (6 \cdot 6) \cdot (6 \cdot 6) = 6^2 \cdot 6^2 = 36 \cdot 36 = 36^2$
leicht dem Begriff konform gemacht werden. Bei einer ungeraden Hochzahl größer als zwei muß hingegen erst der Faktor mit der ungeraden Hochzahl eins abgetrennt und zunächst der gerade Rest begriffskonform gemacht werden um schließlich als gewöhnliches Produkt zu enden wie z.B.
$2^5 = 2^4 \cdot 2^1 = ((2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2)) \cdot 2^1 = (4 \cdot 4) \cdot 2^1 = 4^2 \cdot 2^1$.

Überquadratische Potenzen sind somit überflüssig. Unterquadratische sind es auch, so daß eine Hochzahl eins gleich ist mit der Grundzahl und eine Hochzahl null gleich der Eins, z.B. $2^1 = 2$ und $2^0 = 1$. Die Kraftzahlen als natürliche bilden die Folge $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots$ und ihre eigenen Gegenzahlen sind die Wurzelzahlen $\sqrt{1^2}, \sqrt{2^2}, \sqrt{3^2}, \sqrt{4^2}, \ldots$ und die Hochzahl zwei dieser Kraftzahlen ist die immer gleiche Anzahl der beiden Begriffselemente **e** und **a**, die natürlich anwachsen und immer gleichgroß sind. Die Hochzahl als subtraktive Gegenzahl, also als negative, versetzt die ganze Kraftzahl in ihre divisive Gegenzahl und somit in den Nenner des Stammbruches der Kraftzahl.

§ 50

Für den Begriff der Kraftzahlen sind unter allen ordinärzahlig notierten Kraftzahlen allein jene mit der Hochzahl zwei maßgebend, weil sie, begrifflich als 1,1 2,2 3,3 … ausgedrückt und die Hochzahl erübrigend, die *Diagonale* in der Matrix aller Begriffszahlen bilden. Alle Kraftzahlen mit *gerader* Hochzahl über zwei hingegen sind als Potenzenreihe aufzufassen, die in allen ihren ersten Gliedern so umgeformt werden kann, daß sie **e** = **a** erfüllt. In allen weiteren Schritten der Faktorierung wird der jeweils vorhergehende Potenzwert zur Einheit des nächsten Schrittes, dabei die Anzahl aber immer konstant $\mathbf{a}^{=}$ bleibt. Nach der divisiven Gegenzahl, die gewöhnlicherweise die Begriffselemente in den Unterschied von Zähler (Anzahl) und Nenner (Einheit) bringt, tut Entsprechendes die Kraftzahl in ihrer Differenz von Basis (Einheit) und Exponent (Anzahl). Die Grundzahl erhält man durch die Radizierung des Potenzwertes in der Gegenkraftzahl, die Hochzahl durch den Logarithmus.

§ 51

Der *Logarithmus* beantwortet die Frage nach der unbekannten Hochzahl bei bekannter Grundzahl und gegebener Wertgröße der Kraftzahl. Logarithmische Zahlenzählungen sind, wie exponentielle

Rechnungen, einstufige Vereinfachungen, also etwa ist der Logarithmus eines Produkts gleich der Logarithmensumme seiner Faktoren; der Logarithmus einer Potenz ist gleich dem seines Produkts, die Wurzel gleich dem Produkt mit der Gegenzahl des Wurzelexponenten und die Division gleich der Differenz. Die Logarithmen zu allen Grundzahlen vom Kraftzahlenwert eins sind immer null. Die Kraftzahl mit der Hochzahl eins ist immer gleich ihrer Grundzahl.

§ 52

Die Hochzahl einer überquadratischen Kraftzahl ist die feste Anzahl einer dynamisch wachsenden Einheit. So bedeutet in der Kraftzahl 2^4 die Hochzahl den Faktorenzähler $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ der sich verändernden Einheit, die immer der jeweilige Multiplikand ist. Also ist nur in der ersten Multiplikation $2 \cdot 2$ die Einheit gleich der Anzahl, ihr Wert ist vier und dieser zugleich die Einheit der zweiten Multiplikation mit der Anzahl (dem Multiplikator) zwei, deren Wertgröße ist acht und der Multiplikand oder die Einheit der letzten Multiplikation $8 \cdot 2$, die zum Endresultat 16 führt. Als Resultat ist die ordinäre 16 aber die Einheit in der Begriffszahl 16,1 (gesprochen: sechzehn-eins), denn dieser Vorgang enthält insgesamt die Dynamik der Einheiten. Aber gleichwohl kann die Hochzahl die Grundzahl auch in Anzahlen zählen, weil die ordinäre 2 begrifflich sowohl als 1,2 wie als 2,1 ausgedrückt werden kann. Ein Wertgrößenunterschied ist das nicht, wohl aber ein begrifflicher.

§ 53

Die Hochzahl ist nicht Anzahl über bloßen Einheiten, sondern immer über Faktoren. Die Hochzahl ist keine einfache Anzahl, sie ist Anzahl über vollständigen begriffsfähigen Zahlen und somit eine *Überanzahl*, also $(\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}}$.

§ 54

Die Gegenzahl der Kraftzahl ist die Wurzelzahl. Sie kann durch das Wurzelzeichen oder durch den Stammbruch der Hochzahl, die *divisive Gegenhochzahl*, ausgedrückt werden. Wird die Hochzahl in einer Kraftzahl in eine *subtraktive Gegenhochzahl* verwandelt, vereinheitlicht sich die ganze Potenz in dem Nenner eines Bruches und wird begrifflich somit zu der Einheit in der Begriffsform einer Bruchzahl.

§ 55

Die Theorie der komplexen Zahlen erfordert eine Betrachtung des Gesamtsystems der Zahlen. Die gewöhnliche (der Mengenvorstellung verhaftete) Notation des *Gesamtzahlensystems* besteht aus

N	natürlichen Zahlen,
Z	ganzen Zahlen,
Q	rationalen Zahlen (Quotienten),
R\Q	irrationalen Zahlen,
R	reellen Zahlen,
C\(R\{0})	imaginären Zahlen und
C	komplexen Zahlen.

Die natürlichen Zahlen werden als die Null enthaltend vorgestellt. Dann kann es keine Größengleichheit der natürlichen mit den negativen und den positiven Zahlen geben. Die Unterscheidung von natürlichen und positiven Zahlen, von N und +N, kommt in diesem Zahlenmodell nicht vor. Notierung von Anzahlen ^{a}Z und von Einheiten ^{e}Z gibt es noch nicht einmal bei den ganzen Zahlen und ebensowenig finden sich die Betragszahlen |N| in diesem *Ordinärzahlensystem*, das auch die Gesamtheit aller prozessierenden Zahlen nicht von den unendlich wichtigen Resultatszahlen, der Null an erster und der Eins an zweiter Stelle, unterscheidet. Ohne die Resultatszahlen gibt es noch nicht einmal die ununterbrochenen ganzen Zahlen Z und folglich kann auch die Theorie der komplexen Begriffszahlen nicht vollendet werden. Die darf allein aus Modifikationen der natürlichen Zahlen N hergeleitet werden.

§ 56

Das Zahlensystem besteht aus den natürlichen und den widernatürlichen Zahlen. Letztere kann man unterscheiden in die einfachen und die qualifizierten widernatürlichen Zahlen. Die einfach-widernatürlichen Zahlen umfassen die negativ-ganzen Gegenzahlen, die zur Resultatszahl null führen, und die einfach-gebrochenen Gegenzahlen (Stammbrüche), die in der Resultatszahl eins enden. Die Null und die Eins müssen als eigene Zahlenart eingeführt werden, damit die *komplexen Begriffszahlen* konstruiert werden können. Es ergeben sich somit die folgenden Systembausteine:

N	natürliche Zahlen (ohne die Null),
–N	negative Zahlen (subtraktive Gegenzahlen),
+N	positive Zahlen (additive Entgegenzahlen),
±N	ganze Zahlen (ohne die Null),
|N|	Betragszahlen (renaturierte Zahlen),
1/N	Stammbrüche (divisive Gegenzahlen),
N/1	Kehrbrüche (rationale Entgegenzahlen),
N^a	Kraftzahlen (Grund- und Hochzahlen),
N^{-a}	Gegenkraftzahlen (mit subtraktiver Gegenhochzahl),
$1/N^a$	Gegenkraftzahlen (mit divisiver Gegenpotenz),
$\sqrt{}N^a$	Wurzelzahlen (Gegenkraftzahlen),
$N^{1/a}$	Wurzelzahlen (divisive Gegenhochzahl),
$(0,0)_{\pm(e,a)}$	Matrix der indizierten 0,0-Begriffszahlen,
$(1,1)_{\pm(e,a)}$	Matrix der indizierten 1,1-Begriffszahlen,
$(0,1)_{\pm(e,a)}$	Matrix der indizierten 0,1-Begriffszahlen,
$(1,0)_{\pm(e,a)}$	Matrix der indizierten 1,0-Begriffszahlen.

§ 57

Die Resultatszahlenmatrizen dienen dem Ausdruck *komplexer Zahlenverhältnisse*. Sie erübrigen zugleich die bloß vorgestellte und völlig begriffswidrige Zahl, deren Einheit die imaginäre Ordinärzahl $i = \sqrt{-1}$ sein soll. Die Matrizen der Resultatszahlen hingegen sind zwar entsubstanzialisierte aber ansonsten funktionsgleiche Zahlenarten, wie oben in den §§ 24, 25 und 33 ersichtlich. Die Gaußsche Zahlenebene ist in der strengen Arithmetik eine unstatthafte Veranschaulichung.

§ 58

Die Matrizen der Resultatszahlen lassen sich konsistenter in das Zahlensystem einpassen, indem sie als Modifikationen der natürlichen Zahlen N (ohne die Null) notiert werden, wobei deren Vorzeichenlosigkeit sichtbar bleibt:

N,−N	0,0-Matrix (subtraktive Gegenzahlen),
N/1,1/N	1,1-Matrix (divisive Gegenzahlen),
N−N,N/N	0,1-Matrix (subtraktiv-divisive Gegenzahlen),
N/N,N−N	1,0-Matrix (divisiv-subtraktive Gegenzahlen).

Neben der halbnatürlichen Null nach N,−N kann man noch eine ganz-widernatürliche Null nach −N,+N unterscheiden. Die renaturierten Betragszahlen |N| sind die Anweisung, die ganzen Zahlen ±N nicht auszuführen, weil ansonsten |N| = 0 wäre.

§ 59

Die natürlichen Zahlen N sind ohne die Null und haben die vorgängerlose Eins. Die negativen Zahlen –N sind nur die Gegenzahlen von N und ihnen fehlt deshalb ebenfalls die Null. Die Minuseins ist als subtraktive Gegenzahl der natürlichen Eins ebenfalls vorgängerlos, weil –N von der Zahlenfolge 1, 2, 3, ... her aufgebaut wird. Natürliche und negative Zahlen bilden zusammen den ersten Propeller mit einer leeren Stelle inmitten, an der gewöhnlich die Null imaginiert wird, noch bevor sie resultiert. Die positiven Zahlen +N sind die Entgegenzahlen als die ersten Gegenzahlen der negativen Gegenzahlen und deshalb auch nullfrei. Desgleichen sind es die ganzen Zahlen ±N, die aber, als Rechenbefehl aufgefaßt, zur ersten Resultatszahl $0_{\pm N}$ führen, also zur Null-Matrix. In den Betragszahlen |N| renaturieren sich die ganzen Zahlen. Die divisiven Gegenzahlen der natürlichen Zahlen, die Stammbrüche 1/N und ihre Entgegenzahlen, die Kehrbrüche N/1, erzeugen zusammen als Bruch und Gegenbruch 1/N,N/1 die Eins-Matrix, die die Resultatszahl $1_{1/N,N/1}$ ergibt. Die Kraftzahlen N^a sind übernatürliche Zahlen, deren Gegenzahligkeiten dreifach erscheinen: erstens als Wurzelzahl $\sqrt{}N^a$ über die gesamte, Grund- und Hochzahl einschließende Kraftzahl, zweitens als Wurzelzahl $N^{1/a}$, die allein mit der divisiven Gegenhochzahl auskommt, und drittens als Gegenkraftzahl N^{-a} mit subtraktiver Gegenhochzahl, die die Gesamtkraftzahl in ihre divisive Gegenzahl verwandelt und im Nenner zur Einheit **e** macht, so daß hier Stammbruch und Gegenhochzahl als $N^{-a} = 1/N^a = 1/\mathbf{e}(N^{-a})$ verbunden sind.

§ 60

Komplexe Zahlen sollen keine imaginären Zahlen enthalten, sondern Resultatszahlen. Imaginäre Zahlen sind bloß vorgestellte Zahlen mit einer von den Realzahlen abweichenden Qualität, also mit der Einheit $i = \sqrt{-1}$, die im Begriff der radiziven Gegenzahl nicht vorkommen kann. Die Null-Matrix $0_{\pm N}$ ist als Resultatsfeld (siehe oben § 25) der ganzen Zahlen ±N bereits verbraucht; die *Eins-Matrix* $1_{1/N,N/1}$ oder $(1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$ kann jedoch – als allein aus divisiver Gegen- und Entgegenzahl der natürlichen Zahlen bildbar – die imaginäre Einheit *i* ersetzen. Bei den Ordinärzahlen wird die *komplexe*

Zahl z als Summe oder Differenz aus einem Realteil b und einem Imaginärteil ci betrachtet:

$z = b + ci.$

Begrifflich stellt sich die komplexe Zahl z dar als

$(\mathbf{e},\mathbf{a})_z = (\mathbf{e},\mathbf{a})_b + (1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a}) = c}$

und die *konjugiert komplexe* Zahl z' ist

$(\mathbf{e},\mathbf{a})_{z'} = (\mathbf{e},\mathbf{a})_b - (1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a}) = c}$

und resultiert aus der Multiplikation des Imaginärteils mit minus eins. In der Begriffsfassung erübrigt sich gerade der für die Imaginärzahlen namengebende *i*-Faktor und wird ersetzt durch die Indexierung des Zahlbegriffs als Einzelnheit E an den B,A-Korpus der Resultatszahl aus der divisiven Gegenzahlbildung. Mit der Komplexität beginnt das Reich jener Zahlen, die aus mindestens zwei Zahlen verschiedener Qualität[21] bestehen, beispielsweise einer Stammgröße und einer Zuwachsgröße.

§ 61

Gewöhnliche binomische Ausdrücke wie z.B. $(b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$ weisen voraus auf Verfahren der *Entkräftung* von Kraftzahlen durch Hochzahlminderung und Beizahlaufbau, ebenso auf die Wertzuwächse (Mehrwerte) als Hauptsache der neuzeitlichen Mathematik und damit verbunden auf deren Realisierung in den Gleichungen, deren Begriff sich erst aus Pseudo-Gleichungen wie der binomischen Formel emanzipiert hat.

§ 62

21 Auch in der Rechtswissenschaft gibt es komplexe Größen. Eine *einfache Eigentumsgröße* steht unter dem Begriff des Austausches, der die *Gleichheit* zur Bedingung hat, hingegen eine *Aneignung* entspringt dem Recht zum Zuwachs an Eigentumsgröße auf ein Stammeigentum, also dem Recht zur *Ungleichheit*.

Zum Abschluß des Kapitels über die Zahl sei das System der Zahlen zu einem *Schema* zusammengefaßt, das sich in die *Systemzahlen* und in das *Zahlbegriffssystem* unterteilt:

System der Zahlen[22]

	Systemzahlen		***Zahlbegriffssystem***
N	natürliche Zahlen	$(\mathbf{e,a})_z$	Zahlbegriff
$-N$	negative Zahlen	$-(\mathbf{e,a})_z$	Gegenzahlbegriff
$+N$	positive Zahlen	$+(\mathbf{e,a})_z$	Entgegenzahlbegriff
$\pm N$	ganze Zahlen (0-frei)	$\pm(\mathbf{e,a})_z$	Gegensatzzahlbegriff
$\lvert N\rvert$	Betragszahlen	$\lvert(\mathbf{e,a})_z\rvert$	Betragszahlbegriff
$1/N$	Stammbrüche	$1/(\mathbf{e,a})_z$	Gegenzahlbegriff (/)
$N/1$	Kehrbrüche	$(\mathbf{e,a})_z/1$	Entgegenzahlbegriff (/)
N^a	Kraftzahlen	$((\mathbf{e,a})_z)^{\mathbf{a}}$	Kraftzahlbegriff
N^{-a}	Gegenkraftzahlen	$((\mathbf{e,a})_z)^{\mathbf{-a}}$	Gegenkraftzahlbegriff
$\sqrt{}N^a$	Wurzelzahlen	$\sqrt{}((\mathbf{e,a})_z)^{\mathbf{a}}$	Wurzelzahlbegriff
$N^{1/a}$	Wurzelzahlen$^{\mathbf{1/a}}$	$((\mathbf{e,a})_z)^{\mathbf{1/a}}$	Wurzelzahlbegriff $^{\mathbf{1/a}}$
$N,-N$	0,0-Matrix	$(0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})}$	Resultatszahlbegriff-0,0
$N,1/N$	1,1-Matrix	$(1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})}$	Resultatszahlbegriff-1,1
$N-N,N/N$	0,1-Matrix	$(0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})}$	Resultatszahlbegriff-0,1
$N/N,N-N$	1,0-Matrix	$(1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})}$	Resultatszahlbegriff-1,0

22 Hierbei ist zu beachten, daß die ganzen Zahlen $\pm N$ wie auch der Gegensatzzahlbegriff $\pm(\mathbf{e,a})_z$ eigentlich als $-(+N)$ oder $\mp N$ und als $-(+(\mathbf{e,a})_z)$ oder $\mp(\mathbf{e,a})_z$ notiert werden müßten.

In der divisiven Gegenzahl 1/(**e**,**a**)$_z$ ist hier der Zahlbegriff als ganzer zum Nenner gemacht worden und nicht nur sein Begriffselement **e** wie in der Notierung **a**/**e** (siehe oben in den §§ 44-46). Das ist begrifflich und dem gewöhnlichen Resultat nach etwas Verschiedenes.

§ 63

Es ist 1/(**e**,**a**)$_z$ die *elementarbegriffliche* Notation des Stammbruches im Unterschied zu der *begriffselementlichen* Schreibweise **a**/**e**. Hierin ist die Eins im Zähler eine *Unter-Einheit*, die den in den Nenner versetzten Zahlbegriff zur *Über-Einheit* heraufsetzt. Der Zähler im Stammbruch des Bruchzahlbegriffes ist aber auch als *Vorzeichen* und somit als *divisives Gegenzahlsymbol* 1/ aufzufassen dergestalt, daß 1/(**e**,**a**)$_z$ das in § 17(2) aufgeführte divisive Gegenzahlsymbol –(**e**=|**a**≠) ersetzen kann. Letzteres benutzt das Minuszeichen als unspezifisches Gegenzahlsymbol, weil es die Begriffselemente durch die *Nachzeichen* der Konstanz (=) und der Variabilität (≠) spezifiziert hat. Und schlußendlich ist die Bezeichnung der radiziven Gegenkraftzahl –(**e** = **a**) (§ 17(3)) durch jene des Wurzelzahlbegriffs √((**e**,**a**)$_z$)$^{\mathbf{a}}$ ersetzbar. Die Differenzierung des Unterschiedes der inneren Begriffselemente wird durch jene des äußeren Vorzeichens substituiert.

II. Die Gleichung

§ 64

Die *Lösung* einer Gleichung ist ihre Liquidation. Gelöst ist nur jenes, das aufgelöst wurde. Zwecks Betrachtung der Gleichung selber muß vorübergehend ein Auflösungsverbot anerkannt werden, um sie zu erkennen, bevor man sie ihrer geordneten Auflösung überläßt wie jedes andere Gebilde des Lebens.

§ 65

Um zu begreifen, was eine Gleichung eigentlich ist, muß man zurückblicken auf den bisherigen Selbstentfaltungsgang des Zahlbegriffes, der noch nicht ausdrücklich mit Gleichungen zu tun hatte. Zur Hauptsache ging es im Kapitel über die Zahl um den Produktionsprozeß der Zahlen. Verschiedene konkrete Zähl- und Rechenarbeiten haben Anzahlen **a** von Einheiten **e** gebildet oder eine Zählzahl **e**,**a** einer Zählgegenstandszahl (**e**,**a**) zugeordnet. Die Zählarbeiten $K_{a(e)}$ haben in Zahlen $G_{\mathbf{e,a}}$ resultiert, die Rechenarbeiten $K_{\mathbf{e,a}(\mathbf{e,a})}$ hatten Resultatszahlen $\rightarrow G_{\mathbf{e,a}}$ zur Folge (siehe § 19(2)). Das Resultat der Rechenprozesse, ob von einem Rechenarbeiter oder einer Rechenmaschine ausgeführt, entstand stets durch eine zahlenzählende (rechnende) Zahl **e**,**a** in Abhängigkeit von den zu Gegenständen aufgehobenen Zahlen (**e**,**a**), den in diesem Vorgang unabhängig Gegebenen.

§ 66

In der Produktionssphäre der Zahlen sind bereits ordinärzahlige Gebilde aufgetreten, die links und rechts vom Gleichheitszeichen bestimmte oder veränderliche Zahlenausdrücke aufwiesen, die aber trotzdem nur die Produktion *einer* Zahl bezeichneten und nicht die Zirkulation mehrerer Zahlen. So bedeutet der gewöhnliche Ausdruck $3 + 4 = 7$ die Addition von drei und vier zu sieben, also die Herstellung der Sieben aus der Drei und der Vier und wäre auch in Ordinärzahlen besser als $(3 + 4) \rightarrow 7$ zu schreiben. Und die Addition zweier Summanden zu einer Summe ist das operative Gegenteil der Zerlegung einer Zahl in ihre Summanden, also hier von $7 = 3 + 4$ oder richtiger von $7 \rightarrow (3 + 4)$. Die eine Zahl und die additive Zusammenfassung zweier anderer Zahlen können zwar den gleichen Zahlenwert haben, aber ihrer Naturalform oder Zahlenqualität nach, somit als Einheiten, die unterschiedliche Anzahlen erfordern, sind sie verschieden. Somit ergeben die Produktionsformeln $(3 + 4) \rightarrow 7$ und $7 \rightarrow (3 + 4)$ noch lange keine Austauschgleichung $3 + 4 = 7$, sondern lediglich, falls man es so ausdrücken möchte, die Doppelproduktionsformel $(3 + 4) \rightleftarrows 7$.

§ 67

In der Begriffsformel der natürlichen Zahlen N ist die Einheit gleich eins und die Anzahl gleich der ein- oder vielfachen Einheit (siehe § 13(1)). Somit ist $\mathbf{e} = 1$ keine Gleichung zweier ordinärer Zahlen, sondern *für* **e** ist 1 einzusetzen, und bei $\mathbf{a} = \mathbf{e}{\neq}$ ist *für* **a** das Ein- oder Vielfache der Einheit als Anzahl einzusetzen, um eine natürliche Begriffszahl zu bekommen. Also enthält die Zahlbegriffsmodifikation $\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}{\neq}$ zwar zwei Gleichheitszeichen, aber keine Gleichung. Bei multiplikativer Modifikation des Zahlbegriffs $\mathbf{e}{=} \mid \mathbf{a}{\neq}$ ist nur die Konstanz der Einheit $\mathbf{e}{=}$ und die Variabilität der Anzahl $\mathbf{a}{\neq}$ gegeben und also besteht hier keine Gefahr, mit einer Gleichung verwechselt zu werden (siehe auch § 13(2)). In der potenziven Modifikation des Zahlbegriffs dagegen, insoweit es um die Kraftzahl mit quadratischer Hochzahl geht, ist die Gleichheit von Einheit und Anzahl vorgeschrieben; die Zahlbegriffsformel **e** = **a** ist insofern eine Gleichung der Momente des Zahlbegriffs, als es sich nicht um eine Einsetzung, sondern um *zwei* Begriffselemente handelt, die durch *zwei* gleichgroße Ordinärzahlen auszufüllen sind. Da es sich aber definitionsgemäß nicht um die Gleichheit zweier Begriffszahlen handelt, die jeweils für sich ein Exemplar des Zahlbegriffes sind, sondern um dessen voneinander abhängige Begriffselemente, ist die Identitätsbedingung[23] der Begriffszahl, die Gleichheit mit sich selber, nicht erfüllt, sondern der qualitative Unterschied der Momente bleibt trotz Größengleichheit das Entscheidende.

§ 68

Das Gleichheitszeichen inmitten einer Gleichung ist weder Vor- noch Nachzeichen wie in der Konstanz einer Zahl, die zwischen sich und dem monadischen Ausdruck, dessen Selbstgleichheit sie bezeichnet, keine Leerstelle läßt, sondern drückt durch die beiden Leerstellen, die das Vor- und Nachzeichen des Gleichheitszeichens

23 „Identität schließt Andersheit aus, während Gleichheit sie fordert. … Die eine Eins kann nur der anderen gleich, aber nie mit ihr identisch sein. Falls man etwa behauptet, es gäbe nur eine mit sich selbst identische Eins, verwechselt man den Begriff des Eins mit der Eins selber. Der Begriff ist überall mit sich identisch. Unter den Begriff der Eins aber fallen mehrere Exemplare, und diese sind einander gleich, also noch etwas anderes als identisch." (Heinrich Rickert, Das Eine, die Einheit und die Eins. Bemerkungen zur Logik des Zahlbegriffs, Tübingen ^{2}1924, S. 35). – Rickert gebraucht den Begriff des Begriffes hier im anti-hegelschen Sinne als einen, der des Momentes der Einzelnheit nicht bedarf, die er vielmehr als außerbegriffliches Exemplar, das unter den Begriff fällt, dem Begriff gegenüberstellt. Diese Auffassung des Begriffs als einem, unter den ein Gegenstand, also eine Einzelnheit, falle, findet sich auch bei Gottlob Frege, Die Grundlagen der Arithmetik (1894), allenthalben, etwa im § 74. Das kommt von Kants Rede her, nach der Begriffe ohne Anschauungen leer und Anschauungen ohne Begriffe blind seien.

ausmachen, den intersubjektiven und damit gesellschaftlichen Charakter der Gleichung als ganzer und ihrer beiden Seiten aus. Die Gleichung als Gleichung ist der Austausch zwischen zwei verschiedenen Ausdrücken, den Termen $T_1 \not\equiv T_2$, die über die gleichen Wertgrößen $W(T_1) = W(T_2)$ verfügen. Der Sachverhalt wird noch deutlicher, wenn die Identifikatoren der Terme r = 1, 2 ergänzt werden durch Term-Subjektanzeiger q = 1, 2 derart, daß die Gleichung als Zahlenreflexionssphäre, als Vertauschung von Zahlen r zwischen Zahlenbesitzern q sichtbar wird. Durch Übereinstimmung zwischen ${}_{q=1}T$ und ${}_{q=2}T$ über den Austausch von $T_{r=1}$ gegen $T_{r=2}$ ist die *Gleichung* der folgende mathematische Prozeß:
$({}_1T_1 = {}_2T_2) \rightarrow ({}_1T_2 \ \& \ {}_2T_1)$.

§ 69

Die ordinäre *Hauptform* der Gleichung zeigt die Null als Resultatszahl auf der rechten Seite vom Gleichheitszeichen, so etwa in den linearen, quadratischen und kubischen algebraischen Gleichungen

$$ax + b = 0$$
$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$$

Deswegen sind die gewöhnlichen Hauptformen keine echten Gleichungen, in denen mindestens zwei existierende und verschiedene algebraische Ausdrücke im Verhältnis der Wertgrößengleichheit zueinander stehen und folglich ausgetauscht werden können, sondern sie sind *Produktionsformen*, in denen jeweils ein algebraischer *Ausdruck* (Term) und sein genauer *Gegenausdruck* aufeinander operieren und zur Resultatszahl null der additiv-subtraktiven Gegenzahligkeiten

$$(ax + b) \rightarrow 0$$
$$(ax^2 + bx + c) \rightarrow 0$$
$$(ax^3 + bx^2 + cx + d) \rightarrow 0$$

führen. Es folgt dann die Suche nach der absoluten Größe der Veränderlichen x. Nichts anderes geschieht, wenn die Hauptformen der linearen, quadratischen und kubischen Gleichungen durch ihre *Normalformen*

$$x + p = 0$$
$$x^2 + px + q = 0$$
$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

mit $p = b/a$, $q = c/a$ und $\mathrm{r} = d/a$ ersetzt werden. Die Umformung einer Gleichung zu ihrer Haupt- oder Normalform ist ihre *Nullifizierung*, also die Verwandlung in eine Form, in der sie zur Herausfindung der absoluten Wertgröße einer gesuchten Variablen geeignet erscheint. Zu diesem Zwecke werden die Gleichungen aufgelöst.

§ 70

Die Gleichung ist immer[24] wahr, denn sie enthält in sich die Ungleichung. Es werde $5 + 2 = 4 + 3$ als Gleichung und wahre Aussage anerkannt, hingegen $4 + 5 = 3$ als mathematische Gleichung betrachtet, die eine falsche Aussage enthält; letztere wird sofort wahr, wenn man sie als *Ungleichung* $4 + 3 > 3$ schreibt. Aber die auf den ersten Blick falschen Gleichungen führen zur Behauptung von *versteckten Variablen* und zur Suche nach ihnen, um unwahre zu wahren Gleichungen zu machen: $(4 + 3 > 3) \rightarrow (4 + 3 - x = 3 + x)$. Dies würden

24 „Mathematische Definitionen“, schrieb Immanuel Kant im Jahre 1781, „können niemals irren. Denn, weil der Begriff durch die Definition zuerst gegeben wird, so enthält er gerade nur das, was die Definition durch ihn gedacht haben will.“ (Kritik der reinen Vernunft, A 731). Anders als die Mathematik habe die Philosophie es nicht mit definitorisch selbstgemachten Begriffen zu tun, denn es seien „philosophische Definitionen nur als Expositionen gegebener, mathematische aber als Konstruktionen ursprünglich gemachter Begriffe, jene nur analytisch durch Zergliederung (deren Vollständigkeit nicht apodiktisch gewiß ist), diese synthetisch zustande gebracht“ worden und letztere hätten „also den Begriff selbst machen, dagegen die ersteren ihn nur erklären“ (A 730) müssen. Für die Philosophie sei es oft sehr schwer, zum Begriff zu gelangen, merkt Kant an, und die Juristen suchten immer noch nach einer Definition zu ihrem Begriffe vom Recht.

auch zwei Term-Besitzer ${}_1T$ und ${}_2T$ tun, die ihre ungleichen Terme T_{4+3} und T_3 zum Austausch und damit zur Wertegleichheit bringen wollen, sich deswegen entgegengekommen und den Betrag $|x|$ beim größeren Ausdruck abziehen und beim kleineren hinzugeben ${}_1T_{4+3-x} = {}_2T_{3+x}$ dergestalt, daß für den Betrag $|x|$ der Betrag $|2|$ eingesetzt wird und sich folgendes ergibt
$({}_1T_{4+3-x} = {}_2T_{3+x}) \rightarrow ({}_1T_{4+3-2} = {}_2T_{3+2}) \rightarrow ({}_1T_{3+2}\ \&\ {}_2T_{4+3-2})$,
ebenso resultiert daraus $\rightarrow ({}_1T_5\ \&\ {}_2T_5)$. Stehen sich die Term-Besitzer ${}_1T$ und ${}_2T$ mit je einem der Terme T_5 gegenüber, so scheint kein Unterschied dieser Terme und also auch kein möglicher Grund für ihren Austausch zu bestehen. Als begriffene Terme können sie sich aber doch unterscheiden in $T_{1,5}$ und $T_{5,1}$ und ein Austausch zwischen den Term-Besitzern wäre nicht sinnlos, sondern die Umkehrung zwischen Einheiten und Anzahlen: $({}_1T_{1,5} = {}_2T_{5,1}) \rightarrow ({}_1T_{5,1}\ \&\ {}_2T_{1,5})$. Also sind die Terme nach dem Tausch durch Begriffszahlen gleicher Wertgröße und inverser Begriffselemente indiziert.

§ 71

Die zahlbegriffliche Formel jeder Gleichung ist $(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = (\mathbf{e},\mathbf{a})_y$. Die beiden Zahlbegriffe der Gleichung können wie hier durch zwei Ordinärzahlen x und y indiziert werden oder auch durch die beiden Seiten der Gleichung T_1 und T_2 selber. Gemäß dem algebraischen Charakter der Seiten der Gleichungen, also der in den Termen vorkommenden Rechenarten bzw. Zahlbegriffsmodifikationen, kann man *Bruchgleichungen*, *Wurzelgleichungen*, *Lineargleichungen* mit einer oder mehreren Veränderlichen, *Quadratgleichungen* und *Überquadratgleichungen* unterscheiden.

§ 72

Die Ungleichung ist nicht nur die Mutter aller Gleichungen sondern auch aller *gesuchten Veränderlichen x*. Die Funktion wird dann das Verhältnis einer gefundenen unabhängigen Veränderlichen x zu einer von ihr abhängigen gesuchten Veränderlichen y sein und als $y(x)$ gewöhnlich auftreten.

§ 73

Das *System der Gleichungen* läuft auf eine äquivalente Verdoppelung des Systems der Zahlen hinaus und kann wie folgt notiert werden:

System der Gleichungen

	Systemgleichungen		**Gleichungsbegriffssystem**
$N_x = N_y$	Natürliche Gleichung	$(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = (\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gleichungsbegriff
$-N_x = -N_y$	Negative Gleichung	$-(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = -(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gegengleichungsbegriff
$+N_x = +N_y$	Positive Gleichung	$+(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = +(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Entgegengleichungsbegriff
$\pm N_x = \pm N_y$	Ganzzahlengl. (0-frei)	$\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = \pm(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gegensatzgleichungsbegriff
$\lvert N_x\rvert = \lvert N_y\rvert$	Betragsgleichung	$\lvert(\mathbf{e},\mathbf{a})_x\rvert = \lvert(\mathbf{e},\mathbf{a})_y\rvert$	Betragsgleichungsbegriff
$1/N_x = 1/N_y$	Stammbrüchegleichung	$1/(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = 1/(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gegengleichungsbegriff (/)
$N_x/1 = N_y/1$	Kehrbrüchegleichung	$(\mathbf{e},\mathbf{a})_x/1 = (\mathbf{e},\mathbf{a})_y/1$	Entgegengleichungsbegriff (/)
$(N^{\mathbf{a}})_x = (N^{\mathbf{a}})_y$	Kraft(zahlen)gleichung	$((\mathbf{e},\mathbf{a})^{\mathbf{a}})_x = ((\mathbf{e},\mathbf{a})^{\mathbf{a}})_y$	Kraftgleichungsbegriff
$(N^{-\mathbf{a}})_x = (N^{-\mathbf{a}})_y$	Gegenkraftgleichung	$((\mathbf{e},\mathbf{a})^{-\mathbf{a}})_x = ((\mathbf{e},\mathbf{a})^{-\mathbf{a}})_y$	Gegenkraftgleichungsbegriff
$\sqrt{}(N^{\mathbf{a}})_x = (\sqrt{}N^{\mathbf{a}})_y$	Wurzelgleichung	$\sqrt{}((\mathbf{e},\mathbf{a})^{\mathbf{a}})_x = \sqrt{}((\mathbf{e},\mathbf{a})^{\mathbf{a}})_y$	Wurzelgleichungsbegriff
$(N^{1/\mathbf{a}})_x = (N^{1/\mathbf{a}})_y$	Wurzelgleichung $^{1/\mathbf{a}}$	$((\mathbf{e},\mathbf{a})^{1/\mathbf{a}})_x = ((\mathbf{e},\mathbf{a})^{1/\mathbf{a}})_y$	Wurzelgleichungsbegriff$^{1/\mathbf{a}}$
$(N,-N)_x =$ $(N,-N)_y$	0,0-Matrixgleichung	$((0,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_x = ((0,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-0,0
$(N,1/N)_x =$ $(N,1/N)_y$	1,1-Matrixgleichung	$((1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_x = ((1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-1,1
$(N-N,N/N)_x =$ $(N-N,N/N)_y$	0,1-Matrixgleichung	$((0,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_x = ((0,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-0,1
$(N/N,N-N)_x =$ $(N/N,N-N)_y$	1,0-Matrixgleichung	$((1,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_x = ((1,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-1,0

III. Die Funktion

§ 74

Die Funktion[25] ist das Herrschafts- und Knechtschaftsverhältnis zwischen den Zahlen. Sie ist nicht additives Verhältnis zweier Teilzahlen wie im Binom oder im Komplex qualitativ differenter Zahlteile, sondern *Hierarchiezahl* und als solche die Überwindung der Zahlengleichheiten in den arithmetischen und algebraischen Gleichungen.

§ 75

Verschiedene konkrete Zähl- und Rechenarbeiten haben Anzahlen a von Einheiten e gebildet oder eine Zählzahl **e,a** einer Zählgegenstandszahl (**e,a**) zugeordnet. Die Zählarbeiten $K_{a(e)}$ haben in Zahlen $G_{\mathbf{e,a}}$ resultiert, die Rechenarbeiten $K_{\mathbf{e,a}(\mathbf{e,a})}$ hatten Resultatszahlen $\rightarrow G_{\mathbf{e,a}}$ zur Folge (vgl. § 19(2)). Das Resultat der Rechenprozesse, ob

25 Der Hase auf dem Felde bei Buxtehude hat seinen Wettlauf nicht gegen *einen* Igel verloren, sondern gegen *den* Igel, seinen lebendigen Inbegriff, nämlich ein Igel*paar*. Ähnlich überlegen gegenüber der bloßen Zahl ist die Funktion, das zusammengehörige Zahlenpaar (nicht zu verwechseln mit der einzelnen Paarzahl) von abhängiger und unabhängiger Zahlvariablen.

von einem Rechenarbeiter oder einer Rechenmaschine ausgeführt, entstand stets durch eine zahlenzählende (rechnende) Zahl **e,a** in Abhängigkeit von den zu Gegenständen aufgehobenen Zahlen **(e,a)**, den in diesem Vorgang unabhängig Gegebenen. Dieses Verhältnis von abhängiger und unabhängiger Zahl ist der Begriff der Funktion oder der *funktionelle Zahlenbegriff* **e,a(e,a)**.

§ 76

Die Funktion soll sich kein Bild und kein Abbild machen, weder als f: $x \rightarrow y(x)$ noch als $y = \mathrm{f}(x)$. Die Funktion ist das *nicht gleichberechtigte* Verhältnis zweier Zahlen, einer *unabhängigen* Zahl x, die sich zu beliebigen Ausdrücken erweitern kann, und einer von *x abhängigen* Zahl $y(x)$. Dieser letzte Ausdruck enthält das ganze Verhältnis. Er drückt die Hierarchie von x über y aus und jedwede Funktionsgleichung wäre nicht nur überflüssig, sondern irreführend, weil Herrschaft wie Knechtschaft ein unmittelbares Abhängigkeitsverhältnis sind und kein Gleichheitsverhältnis, also auch keine Gleichung. Allerdings können Abhängigkeitsverhältnisse in die Seiten von Gleichungen eingehen und somit ausgetauscht werden. Aber für die gewöhnliche Notierung des Funktionsverhältnisses der Ordinärzahlen x und y ist also $y(x)$ völlig ausreichend und die zahlbegriffliche Notierung der *Funktionsformel* ist $(\mathbf{e,a})_y((\mathbf{e,a})_x)$. Die Funktionsformel ist somit die Zählformel selber, die von Rechenmeistern oder von Rechenmaschinen in Gang gehalten werden kann.

§ 77

Das *System der Funktionen* läuft auf eine Verdoppelung des Systems der Zahlen in deren abhängigen und unabhängigen Teil hinaus und kann daher wie folgt notiert werden (siehe folgende Seite):

System der Funktionen

	Systemfunktionen		**Funktionsbegriffssystem**
$N_y(N_x)$	Natürliche Funktion	$(\mathbf{e,a})_y((\mathbf{e,a})_x)$	Funktionsbegriff
$-N_y(-N_x)$	Negative Funktion	$-(\mathbf{e,a})_y(-(\mathbf{e,a})_x)$	Gegenfunktionsbegriff
$+N_y(+N_x)$	Positive Funktion	$+(\mathbf{e,a})_y(+(\mathbf{e,a})_x)$	Entgegenfunktionsbegriff
$\pm N_y(\pm N_x)$	Ganzzahlenfkt. (0-frei)	$\pm(\mathbf{e,a})_y(\pm(\mathbf{e,a})_x)$	Gegensatzfunktionsbegriff
$\|N_y\|(\|N_x\|)$	Betragsfunktion	$\|(\mathbf{e,a})_y\|(\|(\mathbf{e,a})_x\|)$	Betragsfunktionsbegriff
$1/N_y(1/N_x)$	Stammbrüchefunktion	$1/(\mathbf{e,a})_y(1/(\mathbf{e,a})_x)$	Gegenfunktionsbegriff (/)
$N_y/1(N_x/1)$	Kehrbrüchefunktion	$(\mathbf{e,a})_y/1((\mathbf{e,a})_x/1)$	Entgegenfunktionsbegriff (/)
$(N^{\mathbf{a}})_y((N^{\mathbf{a}})_x)$	Kraft(zahlen)funktion	$((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_y(((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_x)$	Kraftfunktionsbegriff
$(N^{-\mathbf{a}})_y((N^{-\mathbf{a}})_x)$	Gegenkraftfunktion	$((\mathbf{e,a})^{-\mathbf{a}})_y(((\mathbf{e,a})^{-\mathbf{a}})_x)$	Gegenkraftfunktionsbegriff
$(\surd N^{\mathbf{a}})_y(\surd(N^{\mathbf{a}})_x)$	Wurzelfunktion	$\surd((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_y(\surd((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_x)$	Wurzelfunktionsbegriff
$(N^{1/\mathbf{a}})_y((N^{1/\mathbf{a}})_x)$	Wurzelfunktion$^{1/\mathbf{a}}$	$((\mathbf{e,a})^{1/\mathbf{a}})_y(((\mathbf{e,a})^{1/\mathbf{a}})_x)$	Wurzelfunktionsbegriff$^{1/\mathbf{a}}$
$(N,-N)_y$ $((N,-N)_x)$	0,0-Matrixfunktion	$((0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$ $(((0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-0,0
$(N,1/N)_y$ $((N,1/N)_x)$	1,1-Matrixfunktion	$((1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$ $(((1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-1,1
$(N-N,N/N)_y$ $((N-N,N/N)_x)$	0,1-Matrixgleichung	$((0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$ $(((0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-0,1
$(N/N,N-N)_y$ $((N/N,N-N)_x)$	1,0-Matrixfunktion	$((1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$ $(((1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-1,0

§ 78

Bei den Systemen der Gleichungen und der Funktionen kann nicht nur jede N- und jede (**e,a**)-Zahlenart mit sich selber kombiniert werden wie in den obigen Schemata, sondern auch mit jeder anderen Zahlenart. Bei den Gleichungen ergeben sich daher vierzehn weitere und damit insgesamt fünfzehn Äquivalenzpaarungen, bei den Funktionen kommt noch die Doppelrolle jeder Veränderlichen als unabhängige oder abhängige Größe hinzu, so daß insgesamt dreißig nichtäquivalente oder hierarchische Zusammensetzungen der Zahlenarten entstehen. Namensgebend für das jeweilige Verhältnis ist immer die am weitesten abgeleitete Zahlenart.

IV. Die Unendlichkeit

§ 79

Die Folge der natürlichen Zahlen unterliegt einer *schlechten Unendlichkeit*: Sie soll ständig über sich hinausgehen und produziert immer nur eine um eins vermehrte neue endliche Zahl. Die Unendlichkeit[26] ist also in der Mathematik eine von Anfang an gegenwärtige Frage. Gehen die natürlichen Zahlen auf das schlecht-unendlich Große aus, so deren divisive Gegenzahlen 1/N in das schlecht-unendlich Kleine als Folge der Stammbrüche 1/1, 1/2, 1/3, ..., aber mit dem Unterschied, daß letztere der *Konvergenz* mit einem *Grenzwert* (Limes) null unterliegt und nicht der *Divergenz* wie die natürlichen Zahlen.

§ 80

Gemäß § 15 sind die natürlichen Zahlen ihrem Begriff nach die divergent-unendliche *Zahlenfolge* $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_\mathbf{a}$. Hierin ist die Einheit des Zahlbegriffs durch unendlich viele Anzahlen in Gestalt der natürlichen Ordinärzahlen und schließlich des Begriffselements der An-

26 Hermann Weyl, Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik (1925), in: ders., Gesammelte Abhandlungen, Bd. II, 1968, S. 511: „Die Mathematik ist die Wissenschaft vom Unendlichen." Diese Wissenschaft sei „die große Leistung der Griechen" gewesen. Zuvor sei es wissenschaftlich noch nicht fruchtbar gemacht worden und habe in orientalischer Fraglosigkeit verharrt. „Das Gefühl, die ruhige und fraglose Anerkennung des Unendlichen eignet dem Orient."

zahl **a** angezeigt. Der Zahlbegriff als *Zahlengrenze* $\mathbf{e}_{\mathbf{a}}$ ist unbegrenzt, wenn der Anzahlindex nicht mit einer endlichen *Nummer n* aus den natürlichen Zahlen N festgelegt wird, also $\mathbf{e}_{\mathrm{a}=\mathrm{n}}$ oder $\mathbf{e}_n$. Ist nun $\mathbf{e}$ = 1, so haben wir die *konstante Zahlenfolge* $1_1, 1_2, \ldots, 1_n$ und sind somit zum Anfang der Zahlenbildung, zur Anzeichnung von Einszeichen, zurückgekehrt. Hier kann jetzt aber eine funktionale Beziehung zwischen Zahlenfolgegliedern 1_n und ihren Gliednummern *n* hergestellt werden, wobei die stets in natürlichen Zahlen durchgezählte Gliednummer *n* (bzw. **a**) die unabhängige Veränderliche *x* und das Glied 1_n (bzw. $\mathbf{e}_{\mathbf{a}}$) die abhängige Veränderliche *y* darstellt. Somit ist die ordinäre Schreibweise der *Zahlenfolge als Funktion* y_x, ihre begriffliche aber $\mathbf{e}_{\mathbf{a}}$. Aber die *Zahlenfolge als solche* wird als $\{\mathbf{e}_{\mathbf{a}}\}$ oder $\{y_x\}$ notiert, um sie nicht mit dem Begriff der Zahlengrenze (§ 15) zu verwechseln.

§ 81

Zahlenfolgen unterscheiden sich in solche mit *differenzgleichen* und solche mit *quotientengleichen* Abständen. Zahlenfolgen können auch einen Summenwert aus der Addition aller ihrer Glieder haben und heißen dann *Zahlenreihen* $\sum\mathbf{e}_{\mathbf{a}}$ oder $\sum y_x$, die wiederum *Partialsummenfolgen*

$$\sum\mathbf{e}_{\mathbf{a}=1}, \sum\mathbf{e}_{\mathbf{a}=1,2}, \sum\mathbf{e}_{\mathbf{a}=1,2,3}, \ldots, \sum\mathbf{e}_{\mathbf{a}=\mathrm{N}}$$

bilden können, oder auch nur die *Summe einer Reihe*

$$\sum_{a=1}^{\infty}\mathbf{e}_{\mathbf{a}}$$

Die Annäherung von Folgen und Reihen an Grenzwerte verdeutlichen den Zusammenhang von Endlichkeit und Unendlichkeit. Letztere ist nur dann eine schlechte Unendlichkeit wenn allein die unendliche Annäherung betrachtet wird und nicht zugleich auch die Endlichkeit des Grenzwertes, der nur deshalb ein solcher ist, weil er die Unendlichkeit der Verkleinerung beendet und so eine innermathematische Ahnung von der wahren (philosophischen) Unendlichkeit als Endlichkeit des Endlichen erzeugt. Die doppelseitigen Übergänge von unendlichen Kleinheiten zu einem Grenzwert sind die Differentiale.

§ 82

(1) Für den hier verfolgten ontologischen Ansatz der Begriffsmathematik ist die übliche Einführung der Differentiale über Sekanten- und Tangentensteigungen von Funktionskurven im Koordinatensystem gänzlich unstatthaft, weil mit Raum-Zeit-Vorstellungen behaftet. Das Differential muß daher rein algebraisch hergeleitet werden.
(2) Die Kontinuität (Stetigkeit) einer Funktion vorausgesetzt, hat sie eigentlich keinen Grenzwert, wenn sie nur x-Werte setzt, die y-Werte bestimmen. Die Funktionswerte müssen von zwei bestimmten Werten an (Intervall) als konvergierende Zahlenfolge $\{x_n\}$ eingesetzt sein, die zu einer konvergierenden Zahlenfolge $\{y(x_n)\}$ mit dem gleichen Grenzwert über unendlich viele immer kleiner werdende Glieder der Folgen führt.
(3) Die Funktion verläßt den Bereich der Größenabhängigkeit, wenn an die Stelle von Größen in die Funktion grenzwertige Größenfolgen eingesetzt werden. Dies wird gewöhnlicherweise als der *Differenzenquotient*

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

geschrieben. Diese mit einer Pseudogleichung behaftete Schreibweise läßt sich zu

$$\frac{y(x) - y(x_0)}{x - x_0}$$

vereinfachen. Der Differentialquotient gibt dann die Steigung (oder den Zuwachs) der Funktion an der einzigen Stelle x_0 an und wird als

$$f'(x_0) = \underbrace{\lim}_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{dy}{dx}$$

notiert. Der Differentialquotient dy/dx ist das Resultat des Grenzprozesses, bei dem der rechtsseitige Grenzwert gleich dem linksseitigen ist und zu den *Differentialen* dy und dx geführt hat.

(4) Die *Ableitungsfunktion* $f'(x)$ oder $'y(x)$ der Funktion $f(x)$ oder $y(x)$ gibt über den ganzen kontinuierlichen Verlauf der Funktion den jeweiligen *Zuwachs* an. Sie ist ihr Steigungs- und Fallverlauf. Es können Ableitungsfunktionen von Ableitungsfunktionen gebildet werden.

(5) Wenn x sich dem *Grenzwert* x_0 immer mehr nähert, ohne ihn je ganz zu erreichen und immer eine unendlich kleine Distanz von $x_{-0} \rightarrow x_0 \leftarrow x_{+0}$ gewahrt bleibt und also nie die volle *Nullheit* erreicht und in der *Nullifikation* ± 0 verharrt, wird also der Differenzenquotient $\Delta y/\Delta x$ zuerst in den *Resultatsquotienten*

$$\left(\frac{0}{0}\right)_{x=x_0}$$

überführt. Ihn nennt man dem Herkommen nach den *Differentialquotienten*

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_0}$$

und geht dann mit ihm ganz algebraisch um, unbeirrt vom Verbot der Division durch null.

§ 83

Die neuzeitliche Entdeckung des Differentialkalküls ist ein Paradigmenwechsel[27] in der Geschichte der Mathematik und sie korrespondiert mit der anhebenden kapitalistischen[28] Revolution der Denkungs-, Rechnungs- und Wirtschaftungsart in den europäischen Kernländern. Einfache Funktionen und also die Herr-Knecht-Verhältnisse der Quantitäten als Größenabhängigkeitsverhältnisse erweisen sich als nicht mehr hinreichend. Die neuen Abhängigkeiten sind solche des Wachstums, sind Größenwachstumsabhängigkeitsverhältnisse.

§ 84

Die wichtigste Ableitungsregel ist die Potenzregel, weil sie allein die Differentiation der einzelnen Funktion festlegt. Die Konstantenregel, die Summenregel, die Multiplikationsregel, die Quotientenregel und die Kettenregel behandeln Funktionen, die aus mehr als der Funktion bestehen oder die Verknüpfungsregeln von Funktionen, die aus Teilfunktionen sich zusammensetzen. So besagt also die *Potenzregel*

$$y(x^n) \to {}'y(nx^{n-1}),$$

27 Der einschlägige Klassiker zu diesem weiten Feld ist Thomas S. Kuhn, Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen, Frankfurt/Main 1967.

28 Es ist nicht verwunderlich, daß auch Karl Marx sich mit der Mathematik abgequält hat, und zwar ausschließlich mit den Differentialen, den Grenzwerten und dem Paradox, daß die mathematische Behandlung des Wertgrößenwachstums und also des Mehrwertes zuerst ausgerechnet in Differenzverhältnissen auftritt. In der Potenzregel der Ableitung, also im mittleren Auflösungsglied der ersten binomischen Formel, konnte er zu Recht die mathematische Form seiner Mehrwert- und Ausbeutungstheorie erblicken: Die Entkräftung der Kraftzahl (als mathematischer Repräsentantin der Arbeitskraft) schafft den Zuwachsfaktor, und die konstanten Bestandteile (das konstante Kapital) werden nur übertragen und schaffen keinen Mehrwert. Siehe: Karl Marx, Mathematische Manuskripte, ed. Endemann, Kronberg (Ts.) 1974, S. 55, 123, 139.

wobei n eine rationale Zahl sein muß. Warum auf diese Weise (vgl. § 61) die Ableitung einer Funktion geschieht, zeigt die erste binomische Formel $(b + c)^2$ mit ihrem Resultat $\rightarrow(b^2 + 2bc + c^2)$. Denn allein das mittlere Glied $2bc$ im Resultat hat den Zusatz- oder Wachstumsterm $b + c$ verarbeitet, die beiden Randresultate hingegen verbleiben als bloße Kraftzahlen in der elementaren Sphäre der Größenalgebra. Es führt also nach der Potenzregel bei 2 für n die Funktion $y(x^2)$ zu $\rightarrow' y(2x^{2-1}) \rightarrow' y(2x^1) \rightarrow' y(2x)$.

§ 85

Die *Konstantenregel* besagt, daß eine Funktion $y(x)$, die aus einer Konstanten c und der Funktion $u(x)$ besteht, in der Ableitung den konstanten Faktor bewahrt.

$$y(c \cdot u(x)) \rightarrow' y(c \cdot u'(x)).$$

Bei der *Summenregel* gilt

$$y(u(x) + v(x)) \rightarrow' y(u'(x) + v'(x)).$$

Die *Multiplikationsregel* besagt

$$y(u(x) \cdot v(x)) \rightarrow' y(u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x))$$

und die *Quotientenregel* führt zu

$$y\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right) \rightarrow' y\left(\frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(y(x))^2}\right)$$

Aus der *Kettenregel* ergibt sich

$$y(u(v(x))) \rightarrow' y(u'(v(x)) \cdot v'(x)),$$

also die Multiplikation der Ableitung der äußeren Funktion (unter Beibehaltung der inneren) mit der Ableitung der inneren Funktion.

Weitere Ableitungen sind etwa

$$y(c) \rightarrow {}'y(0),$$
$$y(x) \rightarrow {}'y(1),$$
$$y(mx) \rightarrow {}'y(m),$$
$$y(x^2) \rightarrow {}'y(2x),$$
$$y(1/x) \rightarrow {}'y(-1/x^2),$$
$$y(\sqrt{x}) \rightarrow {}'y(1/2\sqrt{x}).$$

§ 86

Das Gegenzahlprinzip zeigt sich auch in dem *Gegendifferential*, also dem Integral. Nur mit dem Unterschied, daß wir hier uns nicht mehr im Reich der Zahlen, der allgemein-algebraischen Zahlen und der Zahlenausdrücke oder Terme bewegen, also überhaupt nicht mehr im Reich der Größen und ihrer Werte, sondern im Reich des Wachstums, der Wachstumsbedingungen und der gewachsenen Gesamtresultate. Letzteres heißt dann in der geometrischen Auslegung die Berechnung einer Fläche oder eines Raumes mit krummen Linien oder Flächen des Wachstums oder der Schrumpfung. Dies ist aber weder geometrisch noch algebraisch zu bewerkstelligen ohne die Wiedereinsetzung der in der Differentiation weggefallenen konstanten Wertgrößen, weswegen wir das Grundintegral mit der Konstanten c indizieren: $y_c(x)$. Die *Integration* als Gegendifferentiation beruht aber auch auf der Rückgängigmachung des Kernvorganges der Differentiation. An die Stelle der Entkräftung der Kraftzahl durch Herabsetzung der Hochzahl zu einer Beizahl und Verminderung der Hochzahl um eins tritt die *Bekräftigung*, die volle Wiederherstellung und Inkraftsetzung der zuvor differenzierten und jetzt wieder integrierten Kraftzahl dergestalt, daß nicht nur die Hochzahl ihren Verlust wieder ersetzt bekommt sondern auch die Beizahl durch Konfrontation mit ihrer divisiven Gegenzahl in das neutrale Element eins verschwindet.

§ 87

Faßt man eine beliebige, in einem Intervall definierte Funktion als Resultatsfunktion einer Differentiation und somit als Ableitungsfunktion auf, dann wäre die dazugehörige unabgeleitete Funktion die *Stammfunktion* oder das *Grundintegral*. Das Bestimmen der Stammfunktion ist das *Integrieren*, die auf ihre Stammfunktion zurückzuführende (weil als abgeleitet vorgestellte) Funktion ist der *Integrand* und die darin enthaltene unabhängige Variable x ist die *Integrationsvariable*. Es ist also $y(x)$ die unabgeleitete, $'y(x)$ die abgeleitete und $y_c(x)$ die Stammfunktion oder das Grundintegral. Die Differentiation des Grundintegrals $'y_c(x)$ ergibt die Ausgangsfunktion $y(x)$. Es gilt die folgende Integrationsregel:

$$y(x^n + c)$$

$$'y(nx^{n-1})$$

$$y_c\left(\frac{1}{n+1}\right)x^{n+1} + c$$

$$'y_c(x^n + c)$$

$$'y_c = y$$

Eine in dieser Reihenfolge differenzierte und integrierte Funktion ist immer integrierbar, hat also ein Grundintegral. Für eine beliebige, als abgeleitet aufgefaßte Funktion läßt sich aber nicht immer eine Stammfunktion $y_c(x)$ auffinden, weil nicht von ihr ausgegangen wurde.

§ 88

Die Stammfunktion wird auch als *unbestimmtes Integral* von $y(x)$ bezeichnet und mit dem *integrativen Vorzeichen* $\int$ bezeichnet, so daß statt $y_c(x)$ auch $\int y(x)dx$ geschrieben werden kann. Allerdings ist die additive Konstante mit einem beliebigen Wert belegbar, so daß Stammfunktionen nicht vollständig bestimmt sind. In dem geschlossenen integrierbaren Intervall von x_0 und x als unterer und oberer Grenze der Integrationsvariablen ergibt sich das *bestimmte Integral*

$$\int_{x_0}^{x} y(x)dx \rightarrow (y_c(x) - y_c(x_0)).$$

§ 89

Da sich die Betrachtung der Integration als Methode der Flächenberechnung dem hier verfolgten Ansatz nach verbietet, bleiben nur Größen-, Funktions- und Wachstumsüberlegungen übrig und das Prinzip der Gegenzahligkeit in seiner Entfaltung zum System. Letzteres erübrigt auch die Annahme einer gesonderten Operationalität und ihrer jeweiligen Gegenoperationen. Denn alle Rechenoperationen werden, einen auslösenden (subjektiven oder objektiven) Rechner vorausgesetzt, durch ihre Vorzeichen gestartet, die Gleich- oder Gegenzahligkeit anzeigen, und sie werden beendet durch den Produktionspfeil in der Rolle jenes Vorzeichens, das ein Resultat anzeigt. Die Hierarchie der Vorzeichen, die auch als Nach- oder Vor- und Nachzeichen fungieren können, beginnt mit dem Zeichen der Vorzeichenlosigkeit der natürlichen Zahlen N, der Leerstelle, die bei isolierender Vorzeichenbetrachtung durch das Vor- und Nachzeichen für Anfang und Ende, durch ( ) als Freihalter des Leerzeichens vor N, bezeichnet wird. Es sind also zu betrachten die Vorzeichen ( ), –, +, ±, →, | |, ·, /, ^{2}, √, {}, ∑{}, ’ und ∫. Sie sind nicht nur als Modifikatoren der Ordinärzahlen zu verwenden, sondern auch den Elementen der Begriffszahlen beigefügt, weil diese immer in gewöhnlichen Zahlen angegeben werden müssen. Aber auch den Zahlbegriffen[29]

29 Den Zahlbegriff haßt der englische Philosoph Bertrand Russel so sehr, daß er bei seiner bloßen Erwähnung sogleich daran denkt, ihn „auszurotten“. Der Fehler der üblichen Mathematikbücher sei, daß sie Definitionen verwendeten, in denen „der Begriff der Zahl“ vorkomme. Vor allem habe „die sog. Infinitesimalrechnung

als ganzen wurden sie hinzugefügt, mit denen man aber nur dann rechnen kann, wenn ein Element (und je dasselbe) aller beteiligten Zahlbegriffe in den Neutralfaktor eins verwandelt und die Rechnung entweder in Einheiten oder in Anzahlen ausgeführt wird. Eine Sonderstellung haben die Zeichen der Gleichheit und der Ungleichheit, = und ≠, inne, weil sie sowohl als Vor- oder Nachzeichen wie als Gleichungs- und Ungleichungszeichen und also monistisch wie reflexiv verwendet werden. Die zweite Verwendung ist ausnahmsweise die eines gewöhnlichen Operationszeichens, das aber zu keinem Resultat mit dem produktiven Vorzeichen → führt, sondern zu einem bloßen Austausch als Seitenverkehrung. Vielsagend ist in diesem Zusammenhang, daß in der Normalform der Gleichung auf der rechten Seite ein = 0 zu stehen kommt, also die erste Resultatszahl. Diese Null ist genaugenommen eine individualisierte Null, die nicht mehr als Seite der Gleichung zu notieren ist, sondern als ihr Liquidator, der mit der gesamten linken Seite indiziert und damit identifiziert wird. Also ist z.B. statt

$$ax^2 + bx + c = 0$$

die Auflösung der Gleichung als

$$\rightarrow 0_{ax^2+bx+x}$$

zu schreiben.

---

dazu geführt, daß sich in den Köpfen der Kathederphilosophen verkehrte Vorstellungen über unseren Gegenstand so fest eingewurzelt haben, daß man eine länger fortgesetzte beträchtliche Anstrengung aufbringen muß, um sie auszurotten." Dies wie auch alles, was Hegel über Mathematik gesagt habe, seien jene „einmal eingebürgerten Irrtümer", die nur schwer ausstürben. (Bertrand Russel, Einführung in die mathematische Philosophie (1919), ed. Otte, Hamburg [2]2006, S. 121). Russel meint ferner, es sei falsch zu sagen, daß die Mathematik die Wissenschaft der Zahlen wäre, weil es „anerkannte (sic!) Gebiete der Mathematik, die nichts mit Zahlen zu tun haben, z.B. jede Geometrie, die keine Koordinaten oder Zahlenangaben verwendet", gäbe (S. 218). Und dann folgt das gegen die substantiell-monistische Auffassung der Zahl gerichtete relationalistisch-mengentheoretische Credo: „Die elementarsten Eigenschaften der Zahlen betreffen die eineindeutigen Beziehungen und die Äquivalenz zwischen Mengen." (S. 219)

§ 90

(1) Das Integrationsvorzeichen $\int$ ist als Zeichen der Integration eigentlich überflüssig. Es reicht die *Integrationskonstante c* als Vor- oder Nachzeichen zur abhängigen Variablen y ganz ebenso wie der Ableitungsstrich ' für die vor- oder nachgeordnete Differentiation. Also ist das Integrationsnachzeichen $_c$ am Grundintegral $y_c(x+c)$ ausreichend. Vorgeordnete Differentiationen notieren sich als $'y(x)$, nachgeordnete als $u'(x)$ und $v'(x)$ bzw. als $'y_c(x+c)$, $_cu'(x+c)$ und $_cv'(x+c)$. Die Integrationsregeln lassen sich also integralfrei darstellen. Wird die Unterscheidung von vor- und nachgeordneten Stammfunktionen nötig, kann das *Integrationsanzeichen* $_c$ ebenfalls als Vor- oder Nachzeichen verwendet werden.

(2) Eine beliebige Funktion $y(x)$ wird als abgeleitet aufgefaßt, also ist $y(x) = {}'y(x)$ (siehe oben am Ende von § 87). Also muß sie eine durch Rückgängigmachung der Differentiation wieder herstellbare Ausgangsfunktion $-('y(x))$ haben, die die entkräftete Kraftzahl und die weggefallenen Konstanten erneuert. Dies ist die Stammfunktion oder das unbestimmte Integral, so daß

$$-('y(x)) = y_c(x)$$

ist und alle $y_c(x+c)$ ebenfalls Stammfunktionen des *Integranden* $y(x)$ sind. Für die gegebene Funktion $y(x^n)$ ist also das *Grundintegral*

$$y_c((1/n+1) \cdot x^{n+1} + c).$$

(3) Es gelten ferner die Regeln

$$y(u(x) + v(x)) \rightarrow y_c(u_c(x) + v_c(x))$$

und

$$y(\mathrm{c} \cdot u(x)) \rightarrow y_c(\mathrm{c} \cdot u_c(x).$$

(4) Ist eine integrierbare Funktion $y(x)$ in dem Intervall von a bis b definiert und hat dort die *Stammfunktionen* $y_c(x+c)$, so heißt sie *bestimmtes Integral* in den Grenzen von a bis b.

Man kann die Differenz des oberen Wertes *b* zum unteren Wert *a* wie folgt notieren:

$$ {}_{c}y\left[x+c\right]_{a}^{b} \rightarrow y_{c}(b)-y_{c}(a). $$

§ 91

Die Differentiation betrachtet das reine Wachstum (und sein Gegenteil), die Integration dieses im Zusammenhang mit dem quantitativen Gesamtaufwand[30], der am Wachstumsprozeß beteiligt ist, und die *Differentialgleichungen* schließlich tragen der weit konkreteren Allgemeinheit Rechnung, daß der Lebensprozeß aller Quantitäten, der von Größen beständig ausgeht und zu vermehrten oder verminderten Größen immer wieder zurückläuft, hierbei nicht nur Zahlen und Variablen, sondern auch Funktionen und ihre Differentiationen und Integrationen in allen denkbaren Kombinationen beteiligt sind und sich letztlich auch noch in einem System dynamischer Gleichungen gegenübertreten und sich wechselseitig austauschen müssen. Eine gewöhnliche Differentialgleichung enthält mindestens drei Momente, die an die Begriffselemente Allgemeinheit, Besonderheit und Einzelnheit erinnern und eine unabhängige Variable x, ihre Abhängige $y(x)$ und deren Ableitung $'y(x)$ enthalten, gegebenenfalls noch weitere Ableitungen von ${}^{(2)}y(x)$ bis ${}^{(n)}y(x)$ als Iterationen. Die einfachste *Differentialgleichungsresultatsform* ist somit

$$ [x; y(x); 'y(x)] \rightarrow 0 \,. $$

30 In der Kapital-Theorie von Karl Marx entspricht dieser Unterschied dem von Mehrwert und Profit. Ersterer ist das Wachstum im reinen Bezug auf die Wachstumsquelle, letzterer dasselbe Wachstum bezogen auf den Gesamtgrößenaufwand des Prozesses. Der Austausch von Unternehmen und Kapitalien an den speziellen Märkten, die auch immer Verkehrung von Herrschaften und damit von Funktionen sind, ist mathematisch nur mit Hilfe verschiedener Differentialgleichungen zu beschreiben.

In der Form der individualisierten Null ist das Resultat der gewöhnlichen Differentialgleichung

$$0_{[x;\, y(x);\, 'y(x)]}\ .$$

§ 92

Wie bei jeder begriffsschriftlichen Notierung in der mathematischen Philosophie ist ihre relative Ungeeignetheit für Rechenzwecke und darüber hinaus ihre dreifache Ansetzbarkeit in Zahlbegriffen, Zahlbegriffselementen und in Begriffszahlen zu beachten. Das gilt für begriffsschriftliche Differentiale, Integrale und andere Infinitesimalen ebenso wie für einfache Funktionen. Jede Systematisierung bedeutet auch kategorialer Mehraufwand, das zeigt sich bereits bei den natürlichen Funktionen $N_y(N_x)$ in dem auf den natürlichen Zahlen N aufbauenden Zahlensystem, erst recht aber bei dem Funktionsbegriff

$$(\mathbf{e},\mathbf{a})_y((\mathbf{e},\mathbf{a})_x)$$

selber und auch für die beiden aus den Begriffselementen konstruierten Funktionen, also dem *Funktionselementebegriff*$^{\mathbf{ea}}$

$$\mathbf{e}_y(\mathbf{a}_x)$$

und dem *Funktionselementebegriff*$^{\mathbf{ae}}$

$$\mathbf{a}_y(\mathbf{e}_x).$$

Entsprechendes ist bei dem *Differentialquotientenbegriff*

$$\mathrm{d}(\mathbf{e},\mathbf{a})_y/\mathrm{d}(\mathbf{e},\mathbf{a})_x$$

und bei den *Differentialquotientenbegriffselementen*$^{\mathbf{ea}}$

$$\mathrm{d}\mathbf{e}_y/\mathrm{d}\mathbf{a}_x$$

zu unterscheiden, ebenso beim *Ableitungsbegriff*

$$'(\mathbf{e},\mathbf{a})_y((\mathbf{e},\mathbf{a})_x)$$

und dem *Ableitungselementebegriff*$^{\mathbf{ea}}$

$$'\mathbf{e}_y(\mathbf{a}_x),$$

dem *Ableitungselementebegriff*$^{\mathbf{ae}}$

$$'\mathbf{a}_y(\mathbf{e}_x)$$

und dem *Stammfunktionselementebegriff*$^{\mathbf{ae}}$

$${}_c\mathbf{a}_y(\mathbf{e}_x).$$

§ 93

Bei Begriffen muß vor eventuellen Rechenoperationen ein und dasselbe Element neutralisiert werden und bei Elementbegriffen ist vorher zu entscheiden, ob Einheit oder Anzahl in eine mathematisch Stelle eintreten. Ist dies bei Brüchen noch eindeutig und der Zähler immer auf die Anzahl abonniert, steht das bei einer Funktion keineswegs fest, sondern frei. Zu der wünschenswerten zahlbegrifflichen Auffassung der Differentialgleichungen müßte zuerst der Gleichungsbegriff soweit befestigt werden, daß er nicht nur die Wertgrößengleichheit der Seiten sondern auch die Verschiedenheit der Darstellung der Seitenwerte, die Nichtidentität der Seitenausdrücke und endlich deren Vertauschung erhellt.

§ 94

Die Mathematik ist nicht die Königin der Wissenschaften. Sie ist eine Analogie des Sozialen. Neben einigem anderen sonst hat die Mathematik auch der Gemeinwesenlehre als eine ihrer Hilfswissenschaften zu dienen. Mathematische Grundbegriffe spiegeln in erster Linie Grundfiguren der Natural- und Verkehrsformen des gemeinschaftlichen und gesellschaftlichen Denkens der Menschen wider, ehe noch ihre Anwendbarkeit auf technische und naturwissenschaftliche Fragestellungen entdeckt wird. Letzteres steht heute sehr im Vordergrund, bis dann der Vorrang der Sozialwissenschaften wiederentdeckt wird. Das Rechnen beginnt mit der Suche nach dem Gerechten.

§ 95

Mit dem Zählen muß beginnen, wer wissen will, auf wen er zählen kann, und Dinge welcher Art oder Einheit er für seine Leute, auf die er zählt und mit denen er rechnet, braucht, damit ihm niemand etwas vorerzählen kann, das nicht durchgerechnet ist. Und die grossen lebenswichtigen Güter, an denen jeder, auf den man zählen muß, zu beteiligen ist, müssen geteilt werden, an erster Stelle das zu besiedelnde Land. Aber auch Kriegsbeute muß geteilt und verteilt werden. Mit dem Zählen und dem Zurechnen beginnt die Mathematik wie die Gerechtigkeit.

Nachbemerkung

§ 96

Die Abneigungen gegen die Mathematik sind bei Schülern und Erwachsenen weit verbreitet, besonders bei solchen mit schöngeistigen Neigungen. Die vom Himmel gefallenen Axiome und die Begründung der Mathematik in der Menge-Element-Vorstellung sind Gründe dafür, ebenso die reflexionslogische Einführung der Zahlvorstellung über eineindeutige Abbildungen zwischen Elementen mehrerer Mengen. Aber es ist zu erwarten, daß die Mengenlehre aus der Zahlentheorie ebenso wieder verschwinden wird wie aus dem elementaren Mathematikunterricht. Zahlen sind eben keine Abbildungen, und Funktionen sind auch keine Abbildungen.

§ 97

Die Schwierigkeit, die die mathematische Verstandeswissenschaft auch dem philosophischen Begreifen bereitet, liegt darin, daß die Zahl von sich aus gar kein Begriff ist, sondern lediglich eine seinslogische Kategorie der Quantität, die nur äußerlich mittels Identifizierung der Zahlen durch Anzeiger ihrer Einzelnheit in dreipolige Begriffsform zu bringen ist. Das ist und bleibt unzulänglich und dient nur dazu, die eingeführte Rede vom Begriff der Zahl wenigstens äußerlich zu rechtfertigen. Wenn eine Philosophie der Mathematik auf der Grundlage von Kant und Frege dann so gar nicht gelingen will ist die Versuchung groß, zumindest den Philosophen einen Mathematik-Kursus[31] zu verordnen, wenn schon den Mathematikern mit der Philosophie nicht beizukommen ist.

§ 98

Ein weiterer Fundamentalfehler ist auch die Annahme einer Pluralität mathematischer Grundbegriffe. Das liefe ebenfalls auf deren reflexive Verhältnisse und also auf wesenslogische Kategorien hinaus. Die Zahl kann aber überhaupt nicht reflektieren, sondern nur produzieren, und zwar durch den Umschlag ihrer selbst in ihren Gegensatz, also in ihre Gegenzahl. Die Zahl scheint nicht, die Zahl ist. Die Zahl ist einpolig. Die Fortbewegungsart der Zahl ist der Umschlag des Monopols in das Entgegengesetzte seiner, in seinen Gegenpol, der auch nur ein einsames Monopol. Die Zahl ist der einzige Grundbegriff der Mathematik. Daraus folgt, daß auch die Auffassung grundfalsch[32] ist, die Mathematik sei „die Lehre von möglichen Beziehungen zwischen möglichen Dingen".

§ 99

Es gibt keinen ordinalen Zählprozeß. Die gewöhnliche Zählung lautet nicht erstens, zweitens, drittens…, sondern eins, zwei, drei…. Ein jeder Ordnungsvorgang ist ein ordinaler Prozeß. Ordnungsvorgänge gehören in die Entstehungsgeschichte der natürlichen Zahlen und nicht in ihre fertige Struktur als Kategorie bzw. Begriff. Eins-Zeichen mit geordneten An-Zeichen sind noch keine Zahl, auch wenn beide durch Ziffern ausgedrückt werden.

31 Ernst Kleinert, Mathematik für Philosophen, Leipzig 2004.
32 Reinhold Baer, Hegel und die Mathematik, in: Verhandlungen des zweiten Hegelkongresses vom 18.-21. Oktober 1931 in Berlin, ed. Wigersma, Tübingen 1932, S. 104. Die mögliche Mißverständlichkeit, die in Hegels Bestimmung der Elemente der Zahl als Einheit und Anzahl liegt, verschärft Baer noch, wenn er die Zahlelemente mit „Rechenzahl" (Einheit) und „Zählzahl" (Anzahl) umschreibt.

§ 100

Hegel hat keine Monographie zur Philosophie der Mathematik geschrieben, aber er hat den Begriff der Zahl, den alleinigen Grundbegriff der Mathematik, im Quantum-Kapitel der Seinslogik, also in seiner Ontologie, entwickelt. Axiome, also unbewiesene Lehrsätze, kommen hierbei nicht vor, denn der philosophische Begriff der Zahl, der identisch mit dem mathematischen, wird in der Seinslogik aus dem des Quantums abgeleitet, dieser aus dem Begriff der reinen Quantität, die aus dem qualitätslogischen Fürsichsein entstanden war: das Eins, das Sein-für-eines, lange vor *der* Eins, der Zahl. Die vorstehende hegelianische Mathematikphilosophie hätte Hegel noch nicht schreiben können, denn der Triumph und danach der lange Niedergang der reflexionslogischen Anti-Hegelianer setzten erst mit dem Ende des 19. Jahrhunderts ein.

§ 101

Es mag nicht verwundern, daß bei diesem philosophischen Ansatz der Mathematik keine Rede von algebraischen Gruppen, Ringen und Körpern ist, wohl aber, daß mit dem Rückgriff auf einen alten Denker, der schon wiederholt zum toten Hund erklärt worden war, eine Revolution der mathematischen Denkungsart veranstaltet werden soll. Die heute noch herrschende relationstheoretische Grundlegung entspringt einer bodenlosen Verabsolutierung der Zirkulationssphäre auch im Reiche der Zahlen, wie sie für das kapitalistische Zeitalter in allen Bereichen so charakteristisch erscheint. Gleichwohl kommt man auch in dem Kosmos dieser dialektischen Mathematik in die Zirkulationssphäre bei den Gleichungen, deren eigentliche Aufgabe jetzt nicht in der Bestimmung von gesuchten Variablen oder in der Auflösung liegt, sondern im wertgrößengleichen Austausch qualitativ unterschiedener algebraischer Ausdrücke zwischen ihren Inhabern.

§ 102

Husserl hat gegen Hegel den Zahlbegriff dreigliedrig gefaßt, als Einheit, Vielheit und Anzahl. So mußte er vorgehen, weil er die rein ontologische, vormathematische Kategorie der Vielen Eins, die Repulsion im Fürsichsein, nicht beachten wollte. Trotzdem ist die Vielheit ein im gewöhnlichen mathematischen Verstand vorzufindender Rückverweis auf seine ontologische Grundlage, die aber in der Regel nicht entfaltet wird. In der gewöhnlichen Notierung der natürlichen Zahlen gibt es die statthafte, aber wegen Umständlichkeit und Überflüssigkeit nicht praktizierte Möglichkeit, sie sämtlich mit dem Nenner eins in der Folge 1/1, 2/1, 3/1, ... darzustellen, aber nur für die erste Zeile der Begriffszahlenmatrix (§ 22). Hier nähert sich die Ordinärzahl der Begriffszahl dergestalt, daß 3/1 für 1,3 stehen könnte. Die Notierung der gewöhnlichen natürlichen Zahlen als 1/1, 2/1, 3/1, ... hat den Vorteil, die Elemente der Zahlen hervortreten zu lassen und die divisiven Gegenzahlen als deren Kehrbrüche 1/1, 1/2, 1/3, ... sichtbar zu machen.

§ 103

Der vernachlässigbare Nebenaspekt der einen Darstellungsweise ist oft der Ausgangspunkt einer anderen. In arithmetischen Rechnungen werden in der Regel der Rechenvorgang und das Rechenresultat durch ein Gleichheitszeichen verbunden; das ist in einer ontologischen Auffassung aber falsch, eine Pseudo-Gleichung, ebenso wie die algebraischen Bestimmungsgleichungen keine Gleichungen sind, sondern Rechenaufgaben, die erst Prozeß und dann Resultat sind.

§ 104

Die verschiedenen Mathematiken sind Äste, die aus mehreren Stellen des philosophischen Systems hervortreten. Der erste mathematische Ast am Stamme des Hegelschen Systems ist die reine Mathematik, die aus der ontologischen Kategorie des Quantums, die als Begriff der Zahl voll ausgebildet ist, entspringt. Die nächsten Abzweigungen sind 1) die Geometrie als *Raumwissenschaft* und damit als naturwissenschaftliche Disziplin, 2) die Finanzmathematik als *Zeitwissenschaft* (Zins-, Zinseszins-, Renten- und Abschreibungsrechnungen) und 3) die *Körpermathematik*, das Fürsichsein und daher auch die Vielen Eins von einzelnen Materien, die alle Gleichheiten von Raum und Zeit sind. Somit ist die physikalische Mathematik eine *Raum-Zeit-Wissenschaft*. Denn die Erscheinung der reinen Quantität in der Natur ist nach Hegel die Materie (als Gleichheit von Raum und Zeit). Aus Repulsion und Attraktion in der Materie entstehen die vielen Körper[33], damit auch die physikalische Mathematik. Diese naturphilosophischen Mathematikverständnisse als Raum-, Zeit- und Körperwissenschaften auszuführen sind die kommenden Aufgaben der hegelianischen Mathematikphilosophie.

33 Vgl. Reinhold Oberlercher, Hegels System in Formeln, Mengerskirchen 2010, S. 80 f.

Zeichenerklärung

<table>
<tr><td>1</td><td>Fürsichsein, Sein-für-eines, das Eins</td></tr>
<tr><td>111...</td><td>Viele Eins</td></tr>
<tr><td>1,1,1,...</td><td>Repulsion (Diskretion der Vielen Eins)</td></tr>
<tr><td>1=1=1=...</td><td>Attraktion (Kontinuität der Vielen Eins)</td></tr>
<tr><td>.. | ..</td><td>Einheit (der Unterschied zweier Seiten)</td></tr>
<tr><td>.. , ..</td><td>Einheit (der Unterschied zweier Seiten)</td></tr>
<tr><td>..,.. | ..,..</td><td>Hauptunterschied mit Nebenunterschieden</td></tr>
<tr><td>..| .. || .. | ..</td><td>Hauptunterschied mit Nebenunterschieden</td></tr>
<tr><td>...111111...</td><td>Größe (reine Quantität)</td></tr>
<tr><td>(</td><td>Anfang</td></tr>
<tr><td>)</td><td>Ende</td></tr>
<tr><td>(1111)</td><td>bestimmte Größe (Quantum)</td></tr>
<tr><td>1=1=1=1| 1,1,1,1</td><td>kontinuierliche und diskrete Größe</td></tr>
<tr><td>1. 2. 3. ...</td><td>Ordnungs-Zeichen</td></tr>
<tr><td>$_{1.\ 2.\ 3.\ \ldots}$</td><td>An-Zeichen (Arbeitszeichen des Zählens)</td></tr>
<tr><td>111...</td><td>Eins-Zeichen (Gegenstandszeichen des Zählens)</td></tr>
<tr><td>$1_{1.}1_{2.}1_{3.}\ \ldots$</td><td>Zählen (Anzeichnen von Ordnungszeichen an Einszeichen)</td></tr>
<tr><td>$1_{3.}$</td><td>Zahl 3 (mit Ordnungszeichen 3. angezeichnetes Einszeichen)</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>→</td><td>wenn – dann; Resultat (als Vorzeichen)</td></tr>
<tr><td>&</td><td>und</td></tr>
<tr><td>$\underline{\text{o}}$</td><td>oder</td></tr>
<tr><td>=</td><td>gleich; konstant (als Vor- oder Nachzeichen)</td></tr>
<tr><td>≠</td><td>ungleich; variabel (als Vor- oder Nachzeichen)</td></tr>
<tr><td>e</td><td>Einheit</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$\mathbf{a}$</td><td>Anzahl</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e} \mid \mathbf{a}$</td><td>Zahl (begriffsschriftlich)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e},\mathbf{a}$</td><td>Zahl (begriffsschriftlich)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e}_a$</td><td>Zahl (begriffsschriftlich)</td></tr>
<tr><td>$1 \mid 1$</td><td>die Eins (als begriffsschriftliche Zahl)</td></tr>
<tr><td>A</td><td>Allgemeinheit</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Besonderheit</td></tr>
<tr><td>E</td><td>Einzelnheit</td></tr>
<tr><td>ABE</td><td>Begriffsbegriff</td></tr>
<tr><td>$(\mathbf{e},\mathbf{a})_{1.2.3.4.\,\dots}$</td><td>Zahlen (geordnet angezeichnet)</td></tr>
<tr><td>$r = 1, 2, 3, \dots$</td><td>gewöhnliche Zahlzeichen</td></tr>
<tr><td>$(\mathbf{e},\mathbf{a})_r$</td><td>Einzelzahlen (gewöhnlich angezeichnet)</td></tr>
<tr><td>$(\mathbf{e} = A \mid \mathbf{a} = B)_{r = E}$</td><td>Zahl als Begriff</td></tr>
<tr><td>$(A,B)_E(\mathbf{e},\mathbf{a})_r$</td><td>Zahl als Begriff</td></tr>
<tr><td>$(A(\mathbf{e}),B(\mathbf{a}))_{E(r)}$</td><td>Zahl als Begriff</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e}$ und $\mathbf{a}$</td><td>Zahl-Kennzeichen, -Momente, -Qualitäten</td></tr>
<tr><td>r</td><td>Zahl-Quanten, Zahl-Identifikationen</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}{\neq}$</td><td>Addition (additiver Zahlbegriff)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e}{=} \mid \mathbf{a}{\neq}$</td><td>Multiplikation (multiplikativer Zahlbegriff)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e} = \mathbf{a}$</td><td>Potenzierung (potenziver Zahlbegriff)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{a}(\mathbf{e})$</td><td>Zählformel (Herstellung der Zahl)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e},\mathbf{a}(\mathbf{e},\mathbf{a})$</td><td>Zählformel (Zählen von Zahlen)</td></tr>
<tr><td></td><td>$\mathbf{e},\mathbf{a}$ Zählarbeitszahl</td></tr>
<tr><td></td><td>$(\mathbf{e},\mathbf{a})$ Zählgegenstandszahl</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e},\mathbf{a}(\mathbf{e},\mathbf{a}) \to \mathbf{e},\mathbf{a}$</td><td>Rechenformel</td></tr>
<tr><td></td><td>$\to \mathbf{e},\mathbf{a}$ Zählresultatszahl</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_a$</td><td>Zahlenfolge (der Zahl e,a)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e}_a$</td><td>Zahlengrenze</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{a}(\mathbf{e}) = \mathbf{a}(\mathbf{e}_a)$</td><td>Anzahlgleichheit (von Zahl und Grenze)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{e}_{\mathbf{a}\text{-te}}$</td><td>Ordinalzahl (Zahlgrenze als Grad)</td></tr>
<tr><td>$-(\mathbf{e},\mathbf{a})$</td><td>Gegenzahlen</td></tr>
</table>

$-(\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}\neq)$	Subtraktion (subtraktiver Gegenzahlbegriff)
$-(\mathbf{e}= \mid \mathbf{a}\neq)$	Division (divisiver Gegenzahlbegriff)
$-(\mathbf{e} = \mathbf{a})$	Radizierung (radiziver Gegenzahlbegriff)
$\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})$	Einheitszahlen
$+(\mathbf{e},\mathbf{a}) \mid -(\mathbf{e},\mathbf{a})$	Einheitszahlen (Zahl und Gegenzahl)
$(\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}\neq) \mid -(\mathbf{e} = 1 \mid \mathbf{a} = \mathbf{e}\neq)$	Einheitsnull
$(\mathbf{e}= \neq\mathbf{a}\neq) \mid -(\mathbf{e}= \mid \mathbf{a}\neq)$	Einheitseins
$(\mathbf{e} = \mathbf{a}) \mid -(\mathbf{e} = \mathbf{a})$	Potenzwurzel
$\mathbf{a}/\mathbf{e}$	divisive Gegenzahligkeit der Elemente
$1/\mathbf{e},\mathbf{a}$	divisive Gegenzahligkeit des Zahlbegriffs

K	Konkrete Arbeit
G	Gut (Gebrauchsgegenstand)
$K_{\mathbf{a}(\mathbf{e})}$	Zählarbeit (Zahlproduktion)
$K_{\mathbf{e},\mathbf{a}}$	Rechenarbeit (Zählen von Zahlen)
$G_{\mathbf{e},\mathbf{a}}$	Zahl als Gut
$G_{\mathbf{e},\mathbf{a}(\mathbf{e},\mathbf{a})}$	Rechenmaschine
$\rightarrow G_{\mathbf{e},\mathbf{a}}$	Zählresultatszahl als Gut
$K_{\mathbf{e},\mathbf{a}} \rightarrow G_{\mathbf{e},\mathbf{a}(\mathbf{e},\mathbf{a})} \rightarrow G_{\mathbf{e},\mathbf{a}}$	Rechnen mittels Rechenmaschine

N	natürliche Zahlen (mit null)
Z	ganze Zahlen
Q	rationale Zahlen (Quotienten)
R\Q	irrationale Zahlen
R	reelle Zahlen
C\(R\{0})	imaginäre Zahlen
C	komplexe Zahlen

N	natürliche Zahlen (0-frei)
−N	negative Zahlen
+N	positive Zahlen
±N	ganze Zahlen (0-frei)

$\lvert N \rvert$	Betragszahlen
$1/N$	Stammbrüche
$N/1$	Kehrbrüche
N^a	Kraftzahlen
N^{-a}	Gegenkraftzahlen
$\sqrt{}N^a$	Wurzelzahlen
$N^{1/a}$	Wurzelzahlen$^{1/a}$
$N,-N$	0,0-Matrix
$N,1/N$	1,1-Matrix
$N-N,N/N$	0,1-Matrix
$N/N,N-N$	1,0-Matrix

$N_x = N_y$	Natürliche Gleichung
$-N_x = -N_y$	Negative Gleichung
$+N_x = +N_y$	Positive Gleichung
$\pm N_x = \pm N_y$	Ganzzahlengleichung (0-frei)
$\lvert N_x \rvert = \lvert N_y \rvert$	Betragsgleichung
$1/N_x = 1/N_y$	Stammbrüchegleichung
$N_x/1 = N_y/1$	Kehrbrüchegleichung
$(N^a)_x = (N^a)_y$	Kraft(zahlen)gleichung
$(N^{-a})_x = (N^{-a})_y$	Gegenkraftgleichung
$\sqrt{}(N^a)_x = (\sqrt{}N^a)_y$	Wurzelgleichung
$(N^{1/a})_x = (N^{1/a})_y$	Wurzelgleichung$^{1/a}$
$(N,-N)_x = (N,-N)_y$	0,0-Matrixgleichung
$(N,1/N)_x = (N,1/N)_y$	1,1-Matrixgleichung
$(N-N,N/N)_x = (N-N,N/N)_y$	0,1-Matrixgleichung
$(N/N,N-N)_x = (N/N,N-N)_y$	1,0-Matrixgleichung

$N_y(N_x)$	Natürliche Funktion
$-N_y(-N_x)$	Negative Funktion
$+N_y(+N_x)$	Positive Funktion
$\pm N_y(\pm N_x)$	Ganzzahlenfunktion (0-frei)

$\lvert N_y \rvert (\lvert N_x \rvert)$	Betragsfunktion
$1/N_y (1/N_x)$	Stammbrüchefunktion
$N_y/1 (N_x/1)$	Kehrbrüchefunktion
$(N^{a})_y ((N^{a})_x)$	Kraft(zahlen)funktion
$(N^{-a})_y ((N^{-a})_x)$	Gegenkraftfunktion
$(\sqrt{N^{a}})_y (\sqrt{(N^{a})}_x)$	Wurzelfunktion
$(N^{1/a})_y ((N^{1/a})_x)$	Wurzelfunktion $^{1/a}$
$(N,-N)_y ((N,-N)_x)$	0,0-Matrixfunktion
$(N,1/N)_y ((N,1/N)_x)$	1,1-Matrixfunktion
$(N-N,N/N)_y ((N-N,N/N)_x)$	0,1-Matrixgleichung
$(N/N,N-N)_y ((N/N,N-N)_x)$	1,0-Matrixfunktion

$(\mathbf{e},\mathbf{a})_z$	Zahlbegriff
$-(\mathbf{e},\mathbf{a})_z$	Gegenzahlbegriff
$+(\mathbf{e},\mathbf{a})_z$	Entgegenzahlbegriff
$\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})_z$	Gegensatzzahlbegriff
$\lvert (\mathbf{e},\mathbf{a})_z \rvert$	Betragszahlbegriff
$1/(\mathbf{e},\mathbf{a})_z$	Gegenzahlbegriff (/)
$(\mathbf{e},\mathbf{a})_z/1$	Entgegenzahlbegriff (/)
$((\mathbf{e},\mathbf{a})_z)^{\mathbf{a}}$	Kraftzahlbegriff
$((\mathbf{e},\mathbf{a})_z)^{-\mathbf{a}}$	Gegenkraftzahlbegriff
$\sqrt{((\mathbf{e},\mathbf{a})_z)^{\mathbf{a}}}$	Wurzelzahlbegriff
$((\mathbf{e},\mathbf{a})_z)^{1/\mathbf{a}}$	Wurzelzahlbegriff$^{1/\mathbf{a}}$
$(0,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$	Resultatszahlbegriff-0,0
$(1,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$	Resultatszahlbegriff-1,1
$(0,1)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$	Resultatszahlbegriff-0,1
$(1,0)_{\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})}$	Resultatszahlbegriff-1,0

$(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = (\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gleichungsbegriff
$-(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = -(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gegengleichungsbegriff
$+(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = +(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Entgegengleichungsbegriff
$\pm(\mathbf{e},\mathbf{a})_x = \pm(\mathbf{e},\mathbf{a})_y$	Gegensatzgleichungsbegriff

$\lvert(\mathbf{e,a})_x\rvert = \lvert(\mathbf{e,a})_y\rvert$	Betragsgleichungsbegriff
$1/(\mathbf{e,a})_x = 1/(\mathbf{e,a})_y$	Gegengleichungsbegriff (/)
$(\mathbf{e,a})_x/1 = (\mathbf{e,a})_y/1$	Entgegengleichungsbegriff (/)
$((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_x = ((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_y$	Kraftgleichungsbegriff
$((\mathbf{e,a})^{-\mathbf{a}})_x = ((\mathbf{e,a})^{-\mathbf{a}})_y$	Gegenkraftgleichungsbegriff
$\sqrt{}((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_x = \sqrt{}((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_y$	Wurzelgleichungsbegriff
$((\mathbf{e,a})^{1/\mathbf{a}})_x = ((\mathbf{e,a})^{1/\mathbf{a}})_y$	Wurzelgleichungsbegriff$^{1/\mathbf{a}}$
$((0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x = ((0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-0,0
$((1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x = ((1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-1,1
$((0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x = ((0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-0,1
$((1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x = ((1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y$	Resultatsgleichungsbegriff-1,0

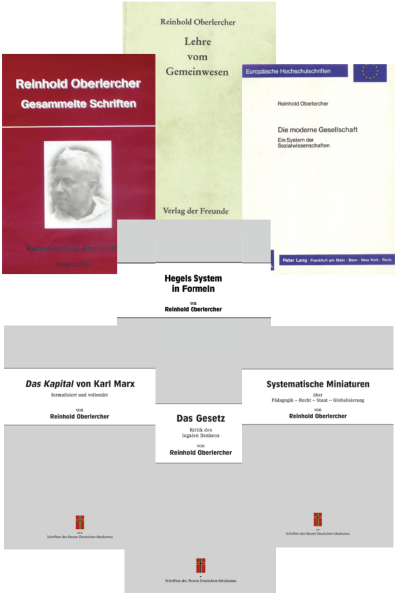
$(\mathbf{e,a})_y((\mathbf{e,a})_x)$	Funktionsbegriff
$-(\mathbf{e,a})_y(-(\mathbf{e,a})_x)$	Gegenfunktionsbegriff
$+(\mathbf{e,a})_y(+(\mathbf{e,a})_x)$	Entgegenfunktionsbegriff
$\pm(\mathbf{e,a})_y(\pm(\mathbf{e,a})_x)$	Gegensatzfunktionsbegriff
$\lvert(\mathbf{e,a})_y\rvert(\lvert(\mathbf{e,a})_x\rvert)$	Betragsfunktionsbegriff
$1/(\mathbf{e,a})_y(1/(\mathbf{e,a})_x)$	Gegenfunktionsbegriff (/)
$(\mathbf{e,a})_y/1((\mathbf{e,a})_x/1)$	Entgegenfunktionsbegriff (/)
$((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_y(((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_x)$	Kraftfunktionsbegriff
$((\mathbf{e,a})^{-\mathbf{a}})_y(((\mathbf{e,a})^{-\mathbf{a}})_x)$	Gegenkraftfunktionsbegriff
$\sqrt{}((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_y(\sqrt{}((\mathbf{e,a})^{\mathbf{a}})_x)$	Wurzelfunktionsbegriff
$((\mathbf{e,a})^{1/\mathbf{a}})_y(((\mathbf{e,a})^{1/\mathbf{a}})_x)$	Wurzelfunktionsbegriff$^{1/\mathbf{a}}$
$((0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y(((0,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-0,0
$((1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y(((1,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-1,1
$((0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y(((0,1)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-0,1
$((1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_y(((1,0)_{\pm(\mathbf{e,a})})_x)$	Resultatsfunktionsbegriff-1,0

$\{y_x\}$	Zahlenfolge
$\sum\{y_x\}$	Zahlenreihe (Summe der Zahlenfolge)
$\sum$	Summe (variabler Gliederabstand)
$^{-}\{y_x\}$	differenzgleiche Zahlenfolge

${}^{/}\{y_x\}$	quotientengleiche Zahlenfolge
$\{(y = \mathrm{N}/1)_{x=\mathrm{N}}\}$	Zahlenfolge (reelles Glied)
$\{\mathbf{e}_{\mathbf{a}}\}$	Zahlenfolgebegriff
$\{(\mathbf{e} = \mathrm{N}/1)_{\mathbf{a}=\mathrm{N}}\}$	Zahlenfolgebegriff
$\sum\{(y = \mathrm{N}/1)_{x=\mathrm{N}}\}$	Zahlenreihe (natürliche Nummer)
$\sum\{\mathbf{e}_{\mathbf{a}}\}$	Zahlenreihenbegriff
$\sum\{(\mathbf{e} = \mathrm{N}/1)_{\mathbf{a}=\mathrm{N}}\}$	Zahlenreihenbegriff

$\Delta y, \Delta x$	Differenzen
$\Delta y/\Delta x$	Differenzenquotient
$\mathrm{d}y, \mathrm{d}x$	Differentiale
$\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$	Differentialquotient
$y(x)$	Funktion
‘$y(x)$	Ableitungsfunktion (vorgeordnet)
$u'(x)$	Ableitungsfunktion (nachgeordnet)
${}^{(2)}y(x)$	abgeleitete Ableitungsfunktion
${}_{c}y(x)$	vorgeordnete Stammfunktion
$y_c(x)$	nachgeordnete Stammfunktion
$\int$	Integral (Gegendifferential)

$(\mathbf{e},\mathbf{a})_y((\mathbf{e},\mathbf{a})_x)$	Funktionsbegriff
$\mathbf{e}_y(\mathbf{a}_x)$	Funktionselementebegriff$^{\mathbf{ea}}$
$\mathbf{a}_y(\mathbf{e}_x)$	Funktionselementebegriff$^{\mathbf{ae}}$
$\mathrm{d}(\mathbf{e},\mathbf{a})_y/\mathrm{d}(\mathbf{e},\mathbf{a})_x$	Differentialquotientenbegriff
$\mathrm{d}\mathbf{e}_y/\mathrm{d}\mathbf{a}_x$	D-Quotientenbegriffselemente$^{\mathbf{ea}}$
$\mathrm{d}\mathbf{a}_y/\mathrm{d}\mathbf{e}_x$	D-Quotientenbegriffselemente$^{\mathbf{ae}}$
$'(\mathbf{e},\mathbf{a})_y((\mathbf{e},\mathbf{a})_x)$	Ableitungsbegriff
$'\mathbf{e}_y(\mathbf{a}_x)$	Ableitungselementebegriff$^{\mathbf{ea}}$
$'\mathbf{a}_y(\mathbf{e}_x)$	Ableitungselementebegriff$^{\mathbf{ae}}$
${}_{c}\mathbf{a}_y(\mathbf{e}_x)$	Stammfunktionselementebegriff$^{\mathbf{ae}}$
$0_{[x;y(x);'y(x)]}$	Ordinärdifferentialgleichungsresultat



Schriften des Neuen Deutschen Idealismus

www.n-d-i.de.

Ihre Anfragen richten Sie an den Kyffhaeuser-Faksimile-Verlag unter www.kyffhaeuser-verlag.de. Weitere interessante Bücher und Medien warten dort auf Sie.